AHMET AYHAN ÇİTİL

Matematik ve Metafizik

Kant'ın transandantal düşüncesinin derinleştirilmesi yoluyla nesne-merkezli bir matematik felsefesinin geliştirilmesi

Kitap I: Sayı ve Nesne



ALFA

2326 | ALFA | FELSEFE | 21

Matematik ve Metafizik
Kitap I: Sayı ve Nesne

DR. AHMET AYHAN ÇİTİL

1968 yılında Sivas'ta doğdu. Sivas Lisesi'nden mezun oldu. 1991 yılında Boğaziçi Üniversitesi'nde Endüstri Mühendisliği ve İktisat bölümlerinde çift anadal programını tamamladı. 1994 yılında yine aynı üniversiteden *An Introduction to the Ontological Foundations of Gödel's Incompleteness Theorems (Gödel'in Tamamlanamazlık Teoremlerinin Ontolojik Temellerine Bir Giriş)* başlıklı teziyle Felsefe Yüksek Lisans Derecesi ve 2000 yılında *The Theory of Object in Kant's Transcendental Thought and Some Consequences of a Deepening of This Theory (Kant'ın Transandantal Düşüncesinden Nesne Kuramı ve Bu Kuramın Derinleştirilmesinin Yol Açtığı Bazı Sonuçlar)* başlıklı teziyle Felsefe Doktora derecesi aldı. 2000-2001 yıllarında İTÜ'de ve 2002-2007 yılları arasında Kocaeli Üniversitesi'nde öğretim üyesi olarak çalıştı. 2008 yılında City University of New York'ta (CUNY) ziyaretçi öğretim üyesi olarak bulundu. 2010-2011 yılları arasında Koç Üniversitesi'nde dersler verdi. İstanbul 29 Mayıs Üniversitesi Felsefe Bölümü'nde ontoloji, mantık, matematik ve bilim felsefesi alanlarında çalışmalarını sürdürmektedir.

Matematik ve Metafizik, Kitap I: Sayı ve Nesne

Yayıncı ve Genel Yayın Yönetmeni M. Faruk Bayrak
Genel Müdür Vedat Bayrak
Yayın Yönetmeni Mustafa Küpüşoğlu
Kapak Tasarımı Ferah Perker
Grafik Uygulama Kâmuran Ok

ISBN 978-605-106-470-3
1. Basım: 2012

Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.
Ticarethane Sokak No: 53 34110 Cağaloğlu İstanbul
Tel: (0212) 511 53 03 (pbx) Faks: (0212) 519 33 00
www.alfakitap.com - info@alfakitap.com
Sertifika no: 10905

Baskı ve Cilt
Melisa Matbaacılık
Tel: (0212) 674 97 23 (pbx) Faks: (0212) 674 97 29
Sertifika no: 12088

AHMET AYHAN ÇİTİL

MATEMATİK VE METAFİZİK

Kitap I: Sayı ve Nesne

Kant'ın transandantal düşüncesinin derinleştirilmesi yoluyla nesne-merkezli bir matematik felsefesinin geliştirilmesi

ALFA | FELSEFE

Muhterem hocam Prof. Dr. Yalçın Koç'a,
minnet ve şükranlarımla…

İÇİNDEKİLER

BİRİNCİ KİTABA ÖNSÖZ

Bu kitap son iki yüzyıldır yapıldığı biçimiyle matematik felsefesine bir katkıda bulunmak amacıyla kaleme alındı. Günümüzde yaygın bir biçimde yapılmaya çalışıldığından, farklı olarak biz "nesne" anlayışı üzerinde durmaya ve matematik felsefesinin konularını genel anlamda ontolojinin konularıyla ilişkilendirerek anlamaya çalıştık. Küme-eleman bağıntısını nesnenin kuruluşu ve düşünceye konu edilişiyle ilişkisi içerisinde ele aldık. Biçimsel ispatları yaparken kullanageldiğimiz "biçimsel nesne"leri ontolojik temelleri bakımından inceledik ve doğal sayılar olmaksızın var olup olamayacaklarını sorguladık. Kant'ın sözünü ettiği "matematiksel nesnelerin inşa ediliş süreci"ni ve söz konusu inşa mekânını varlıksal bakımdan temellendirmeye çalıştık. Biçimsel bir dil içerisinde inşa ile geometrik inşayı ayırt ederek ayrı ayrı ele aldık. Kümenin matematiksel nesnelerle bağıntısını ortaya koymaya çalıştık. Tüm bunların sonucunda Sürey Varsayımı'nın nesnel zeminini açıklığa kavuşturmayı hedefledik.

Araştırmalarımızın neticesinde vardığımız bir sonuç şu biçimde ifade edilebilir: Özellikle Alman düşünürü Kant'ın görüşleri ve Kant'ın eleştirilmesi üzerinden biçimlenen tartışmalar bugün matematiği anlamamız konusunda bir yarar ge-

tirmekten çok bir engel oluşturmaktadır. Bunun temel nedeni, Kant'ın matematiğin mahiyetini ortaya koymak üzere çizdiği ontolojik çerçeveye ilişkin asli eksikliklerdir. Söz konusu bu eksiklikler Kant'ı izleyen yahut eleştiren düşünce anlayışları tarafından da giderilememiştir. Kanaatimizce Kant sonrasındaki bu dönem özelde matematiğin mahiyeti üzerine yürütülen düşünsel etkinliğin, genel olarak da fikriyatın *nesnesizleştiği* bir dönemdir. Özellikle giriş bölümünde bu sürece ilişkin görüşlerimizi netleştirmeye çalıştık.

Yaptığımız çalışmaların tam ya da hatasız olduğunu düşünmüyoruz. Ancak özelde matematik felsefesinin, genelde de felsefenin nesneye, nesnenin kuruluşuna ve düşünceye konu edilişine ilişkin ilgisinin artırmasının kendi deneyimimizi anlamamıza yardımcı olacağına inanıyoruz. Son iki yüzyıldır matematik felsefesinde sorun olarak görülen pek çok konunun felsefecilerin nesne üzerine düşünmeyi bırakmalarından kaynaklandığını düşünüyoruz. Umarız bu çalışmamız düşünürlerin "nesneye yönelişi"ne bir nebze olsun hizmet edebilir.

BİRİNCİ KİTABA GİRİŞ

1

Gerek Platon, gerekse Aristoteles'in felsefenin hayrete düşmekle başladığını ifade ettiğini biliyoruz. Bu hayrete düşmenin yaşandığı belki de en önemli bağlamlardan biri, alışageldiğimiz naif düşünce biçimlerinin bir engelle karşılaşmasıdır. Acaba konu en genel anlamda nesne olduğunda bizi hayrete düşürecek bir örnek sunabilir miyiz? Öyle ki bu durumdan hareketle nesne hakkında biraz daha derinlemesine düşünmeye başlayabilelim.

Herhangi bir kişiden bir nesne örneği vermesi istense, en yakındaki bir şeye işaret ederek, "İşte bu bir nesnedir," demesi beklenebilir. Etrafımız zaten bu şeylerle dolu değil mi? Kendi başlarına orada kullanılmayı, işaret edilmeyi, yolumuza çıkmayı beklemiyorlar mı? Bir bakıma evet. Ama o bekledikleri yerden bizim tartışmamıza konu ettiğimiz birer nesne olabilmelerini, bizim onlarla bir etkileşime girmemizi, onlara dikkatimizi yöneltmemizi ve diğer şeylerdense o bir şeyi bir nesne olarak ele almamızı gerektiriyor mu? Bu soruya da aslında kendisi zaten nesne olarak oradaydı, ama ben şimdi onunla ilgili olarak düşünüyorum ya da konuşuyorum diye yanıt verilebilir.

Etrafımı saran sonsuz çeşitlilikte bir nesne topluluğu olduğunu söyleyebilirim. Şu anda bu nesneyi ya da bir başkasını, bu nesnenin rengi ya da işlevsel ya da geometrik bir parçasını düşünebilirim. Bir bakıma çevremdeki o nesneler topluluğu farklı suretlerde benim kendilerini düşünmeme imkân sağlıyor. Ya da orada benim onları düşünmemden önce, o sonsuz çeşitlilikte mevcutlar. Şimdilik benim o nesneleri düşünmeme ya da onlara işaret etmeme odaklanalım.

Nesnenin düşünülmesi, yahut nesneye işaret edilmesi söz konusu olduğunda nesnenin duyumlamasından farklı bir durumla karşı karşıya olduğumuzu ifade etmek durumundayız. Ben kendimi duyusal deneyime açtığımda, biraz da metaforik bir dil kullanırsak, renklerin, seslerin, dokunma yoluyla edinilebilecek hislerin ... zihnime doluverdiğini fark ederim. Nesnelerde mevcut olduğunu varsaydığım duyusal özellikler/duyumlamaya konu olan özellikler benim duyusal deneyimimde ortaya çıkarlar. Duyu organlarımı kapamadığım ya da duyu organlarım sağlıklı işlediği sürece buna engel olamam. Eğer onlar oradaysa ve duyularımda bir işlevsizlik, bir engel yoksa, söz konusu duyulurlar bende ortaya çıkarlar. Bir başka deyişle, duyusal özellikler etkin, ben ise edilgin bir konumdayımdır. Oysa iş düşünmeye gelince durum değişir. Benim bu sefer harekete geçip, "Bu bir şeydir", "Bu bir nesnedir" demem, bir yargıda bulunmam icap eder. İşte bu anda, ben kendiliğimden harekete geçtiğimde, düşünceme konu edebileceğim söz konusu nesneler bana, "Beni düşün, benim hakkımda bir yargıda bulun," demezler. Duyusal deneyimde bana verilen dünyanın istediğim bölümünü, istediğim özelliğini düşünceme konu edebilirim. Düşünürken etkin olan benim; düşünülenler ise edilgin konumdalar.

Hakkında konuşmaya başladığım nesneyi, bir yargı fiili vasıtasıyla kendime sunmuş olurum. İlginç olan soru, az önce sözünü ettiğimiz gibi sonsuz bir çeşitlilikte düşünceme konu edebileceğim bu nesneler dünyasının benim yargı fiilimle nasıl olup da benim için "var" kılındığıdır.

Eğer kendi başına nesnelerin var olduğunu ve sonsuz bir çeşitlilikte düşünülebilme olanağına sahip olarak orada, kendi başlarına var olduklarını söylersem, nasıl olup da onlara

temas ettiğim, nasıl olup da onlar hakkında düşünebildiğim sorusunu yanıtlamam gerekir. Öyle ya, kendilerini düşünmemi bana dayatmayan bu şeyleri nasıl olup da bireyselleştirerek kendime sunabiliyorum?

Eğer nesneler kendi başlarına yoklarsa ve var olabilmek için benim yargı fiillerimin aracı olması gerekiyorsa, benim söz konusu yargı fiillerimi oldukları gibi kılan, onları oldukları haliyle bireyselleştiren bir ilke mevcut mudur?

Her iki durumda da nesnenin benim nesnem olabilmesinin bir yargı fiilini gerektirdiğini ve bu itibarla da benim nesnemin, yargı dolayımıyla, yargı "mekân"ında var olduğunu söyleyebiliriz. Peki, bir yargı fiilinde düşünülen ve hakkında yargı verilen nesne ile yargı fiilini birbirinden ayırt etmek mümkün müdür? "Bu bir şişedir," dediğimde bir şişe olarak düşündüğüm şu karşımdaki şey, düşüncemde hakkında yargı verdiğim "bu şişe" nesnesiyle bir ve aynı mıdır? Arada bir fark olduğunu görmek için, söz konusu yargı vasıtasıyla düşünceme konu ettiğim yargısal/düşünsel içeriğin, karşımda gördüğüm şu şişeden farklı bir *kalıcılığının* olduğunu fark etmemiz gerekir. Karşımda gördüğüm şu şişe zamana tabi olarak değişmektedir ve belli bir süre sonra deforme olup, belki parçalanıp, belki eritilip tanıdığım, hakkında konuştuğum "şu şişe" olmaktan çıkacaktır. Oysa şu tarihte, şu saatte, şu yerde, benim karşımda duran "şu şey"in bir "şişe" olduğuna ilişkin verdiğim yargının kendisi, her ne zaman kendisini anımsamak istesem, hakkında konuşsam bir ve aynı kalacaktır. Gelip geçen zamanın anları arasında "şu şişe"ye temas edip onun hakkında verdiğim yargının içeriğinde kendime konu ettiğim şişe, zamanın acımasız kayıtlarından azade gibi durmaktadır. Hayret ki ne hayret! Öyleyse nesne olarak kendisinden söz etmem gereken şey, bu düşüncemde ortaya çıkan, yargı fiilini mekân tutan, değişime tabi olmayan "şu şişe" olmasın?

2

Bu sorular yumağını biraz geride bırakalım ve yeni bir konuya yönelelim: Tüm bu sorularla, nesneye, nesnenin mahiyetine,

nesnenin mekânına ilişkin tüm bu tartışmaların matematikle ve bilhassa sayıyla bir ilgisi var mı? Kitabın adı *Sayı ve Nesne* olduğuna göre, giriş bölümünde bu konuda da bir iki laf etmek uygun ve yararlı olabilir.

Platon, *Sofist* adlı ünlü diyaloğunda, Elea'dan konuk olarak gelen yabancının ve Theaetetus'un ağızlarından bize bakın neler söylemektedir:[1]

> Yabancı: Bir şey varsa, sanırım bir başka şey ona atfedilebilir.
> Theaetetus: Kesinlikle.
> Yabancı: Ancak kendisi var olan bir şeyin var olmayan bir şeye atfedilebileceğini söyleyebilir miyiz?
> Theaetetus: Bu nasıl olabilir ki?
> Yabancı: Var olan şeylere biz genel olarak sayıyı da dahil ederiz.
> Theaetetus: Evet, eğer herhangi bir şey var ise, sayı da var olmalıdır.

Platon herhangi bir nesneyi düşünceye, aynı zamanda bir sayıyı düşünmeksizin konu edemeyeceğimizi söylemektedir. Nesne ne menem bir şeydir ki her düşünceye konu edildiğinde Bir sayısı düşünülüyor olsun? Durum "çokluk" içinde farklı değildir. Çokluğu sayıya ilişkin bir idrak olmaksızın düşünememekteyiz. Öte yandan, düşündüğümüzü iddia ettiğimiz sayı, duyumlama yoluyla bize verilen bir nesne değildir. Sayı nerededir? Kendi başına var mıdır? Nesnelerle ve nesnellikle nasıl bir bağı vardır? Nesneye göre nerededir? Bu ağır metafiziksel soruları anlamlı bir biçimde ele almanın bir yolunu bulabilir miyiz? Biz böyle bir yol arayacağız. Çünkü böyle bir yolun bulunamamasının ya da bulunamayacağının iddia edilmesinin bazı bedelleri olduğunu düşünüyoruz.

Belki de en ağır bedel, özelde matematik yaparken, genelde de herhangi bir etkinlikte bulunurken nerede olduğumuzu, ayağımızı nereye bastığımızı unutabilmemizdir. Bu son ifademizin okura biraz muğlak gelebileceğinin farkındayız. Çalışmamızın (çalışmamız iki kitaptan oluştuğuna göre ikinci kitabın) sonunda bu muğlaklığın bir nebze olsun giderileceğini

1 238a1-b1. Çeviri bize aittir.

umuyoruz. Şu an için söz konusu bedelin ne olduğuna ilişkin kısa bir açıklama yapmaya çalışalım. Bugün matematik yapmaktan anladığımız, biçimsel bir dizge içerisinde ifade ettiğimiz birtakım önermelerden yeni önermelere geçmekle ilgili bir etkinlik gibi görünüyor. Öte yandan, söz konusu biçimsel dizgenin kendisinin ya da sözü edilen önermelerin fiziksel anlamda uzay-zamanda bulunduklarını söyleyebilir miyiz? Biçimsel dizgeyi oluşturan işaretlerin nasıl olup da bir başka şeye işaret edebildiklerini fiziksel kiplikleri kullanarak açıklayabilir miyiz? Bu soruları kolaylıkla "evet" diye yanıtlayamıyoruz. Bu sorulara yanıt verememek de, "Biz matematik yaparken neredeyiz?" sorusunu yanıtsız bırakıyor.

Elbette birisi kalkıp, "Bilsek ne olur bilmesek ne olur?" da diyebilir. Ancak bunu kendi deneyimimizi anlamlandırmak, kendimizi bilmek ve tanımak çabasından vazgeçmek şartıyla kabul edebiliriz.

3

Nesneden, düşünceden vb'nden konuşmaya başladığımızı gören ve felsefi kimliğini "dile dönüş" (*linguistic turn*) sonrasında oluşturmuş bir düşünür bize dilin dışında düşünsel olandan ya da dilin işaret ettiğinin ötesinde bir nesnellikten nasıl olup da söz edebildiğimizi sorabilir. Haklıdır da. Eğer Wittgenstein'ın dediği gibi, "Dilimizin sınırları dünyamızın sınırları" ise, özellikle haklıdır. Bu biçimde çekinceleri olan düşünürleri özellikle üçüncü kısmın, biçimsel dillerin kuruluşuna dair ontolojik incelememizin sonuna kadar sabretmeye davet ediyoruz.

O âna kadar bir girizgâh olması bakımından ise Kant ve sonrasında matematiksel nesne ile Batı Düşüncesi'nin bağıntısının seyri hakkında bir çift laf etmek gereğini duyuyoruz. Matematiğin bir etkinlik olarak ne olduğu, matematiksel bilginin mahiyeti ya da matematiksel nesnelerin varlıksal dayanakları gibi konularda bir tartışmaya ya da araştırmaya girerken bizi günümüz matematik felsefesinde nasıl bir sahne beklemektedir? Öncelikle belirtmeliyiz ki, matematik felsefesi tar-

tışmaları son iki yüzyıldır neredeyse tüm felsefi tartışmalarda olduğu gibi çok belirleyici bir yönelimin etkisi altındadır. Bu yönelim, metafiziksel olanın felsefi söylemden elenmesidir. Söz konusu elenmeyle kastedilen nedir? Bu elenmeyle kastedilen, artık "bireylerin ölümsüz varlıklarının olup olmadığı", "sonlu olanın sonsuz olanın bir belirlenimi olarak düşünülüp düşünülemeyeceği" ya da "aktörlerin tarihsel olanı aşan bir özneliğe sahip olup olmadıkları" gibi konularda, felsefi bir söylem içerisinde kesin birtakım sonuçlara varabilmenin şu ya da bu nedenle imkânsız olmasıdır. Bir başka deyişle metafiziğin elenmesi, fenomenal (görüngüsel) olarak farkında olduğumuzun ötesine geçen, nasıl bir sahnede bulunduğumuza dair bir konuşmanın olanaksız kabul edilmesidir. Bu biçimiyle metafiziğin elenmesinde belirleyici olan çaba Kant'ın eleştirel felsefesinden gelmiştir.

Ancak metafiziğin elenmesinin bir ikinci ciheti daha bulunmaktadır. Bu da bilimsel etkinlikte bulunan bir bilim insanının (ve elbette ki bir matematikçinin) konusuna yönelmesinde metafiziksel bir gerçeklikle uyumlu biçimde nesnesini kurmak zorunluluğunun ortadan kaldırılmasıdır. Burada söz konusu olan gelişme, bir konuya yönelen bilim insanının ya da matematikçinin bir kuram oluştururken, en genel anlamda, metafiziksel olanla ilgili bir bağlantı kurma kaygısından arınmasıdır. Bu arınmanın ise Kant'ın eleştirel felsefesinden geldiğini söyleyemiyoruz. Kant bir biçimiyle metafiziğin imkânsızlığını göstermekle beraber, onun yerine aklın sınırları içerisinde yeni bir metafizik ikame etmeyi denemiştir. Dolayısıyla Kant'ın anladığı şekliyle matematiğin, aklın sınırları içerisinde açıklığa kavuşturulabilecek metafiziksel bir zemini bulunmaktadır. *Matematiksel yargılar sentetik (terkibi) ve a prioridir*. Bir başka deyişle, bize bilgi vermekle beraber doğrulanabilmeleri duyusal deneyime gerek duymamaktadır. Matematiksel yargılar Kant'ın "saf görü" olarak adlandırdığı bir mekânda inşa edilebilen nesneler itibariyle doğrudurlar. Dolayısıyla Kant'ın matematik anlayışının odağında "saf görü" yer almaktadır.

Matematiğe bir zemin sağlayan böylesi bir metafiziğin iptal edilmesi ise metafiziğin elenmesi sürecinde ikinci dalga

olarak anılabilir. Söz konusu bu ikinci dalga ise anlambilimi (semantik) felsefenin odağına yerleştiren bir düşünce geleneğinin mensupları tarafından gerçekleştirilmiştir. Anlambilimci gelenek, matematik, mantık, fizik ve felsefe alanlarında çalışmalar yapan pek çok düşünürün çabaları neticesinde gelişmiş bir düşünce biçimidir. Anlambilimci geleneği oluşturan düşünürleri buluşturan ortak nokta, neyin var olduğu ya da neyin bilinebileceği sorularından da önce neyi dile getirebileceğimiz ya da dil içerisinde neyin temsil edilebilir ya da söylenebilir olduğudur. Burada vurgulamak istediğimiz nokta, anlambilimci geleneğin metafiziği eleme yöneliminin hemen hemen doğrudan bir biçimde ***nesne*** üzerine bir düşünme ve inceleme imkânını ortadan kaldırmasıdır. Nesnenin dil içerisinde temsil edilebilirliği kaygısı semantik geleneğe rengini vermiştir diyebiliriz. Frege'nin sayıyı mantıksal olana indirgeme ya da Poincaré'nin geometrinin aksiyomlarını örtük tanımlar olarak yorumlama yaklaşımları, kendi başına nesneyi felsefi bir incelemenin konusu olmaktan neredeyse tamamen çıkarmıştır.

Ancak matematiksel nesnelerin duyusal deneyimden bağımsız olarak var olduğu savı (bir başka deyişle Platonculuk) bazı matematikçiler tarafından savunulmaya devam etmiştir. Bu tartışmalar bakımından bir dönüm noktası ise Paul Benacerraf'ın "What Numbers Could Not Be" ("Sayıların Ne Olamayacağı") (1965) başlıklı makalesidir. Bu makalede Benacerraf matematiksel nesnelerle bir nedensellik bağı içerisinde bulunmadığımız, dolayısıyla da onları bilemeyeceğimiz savını öne sürmüştür. Ayrıca mevcut farklı küme kuramlarının hangisinin doğru olduğuna karar vermenin bir yöntemi de bulunmamaktadır.[2]

Bizce tüm bu tartışmalar matematiksel nesnelerin mahiyetine, matematiksel nesnelerin deneyimimizle olan bağıntısına ve küme dediğimiz şeyin ontolojik zeminine dair bir muğlaklık içerisinde sürüp gitmektedir. Küme kuramının ontolojik arkaplanını ihmal ederek sayı ve nicelikleri küme kuramı içe-

2 Genel olarak Benacerraf'ın bu yaklaşımına farklı tepkiler gelmiştir. Bu tepkilerin büyük bir bölümü bugün yapısalcılık olarak adlandırdığımız matematik felsefesi yaklaşımının ana yönelimlerini oluşturmuştur.

risinde ele almaya, yani saf görünün ontolojik arkaplanını ihmal ederek biçimsel dizgeler içerisinde matematiksel mantık yapmaya çalışıyoruz. Bizce matematik yapan bir aktör olarak matematiğin mahiyeti ve nerede olduğumuz konusunda bir aydınlanmaya ihtiyacımız bulunuyor.

Bu çalışmamızda, yukarıda kısaca sunmaya çalıştığımız bu tarihsel arkaplanda, iki amacımız bulunmaktadır:

Matematiksel nesnelerle "dolaysız biçimde karşılaştığımız bir mekân" olarak *saf görü*'yle kastedilenin ne olduğunu açıklığa kavuşturarak matematiksel nesnelerle temasımızın mahiyetine bir açıklık getirmek.

Kümenin neliğine dair bir inceleme yürütmek ve matematiksel nesneler ile kümeler arasındaki bağıntıyı açıklığa kavuşturmak.

4

İncelememizin ayrıntılarına girmeden önce kişisel olarak böyle bir projeyi nasıl biçimlendirdiğimiz konusunda da birkaç noktayı belirtmek istiyoruz. Matematik felsefesine olan ilgimizin matematiksel nesneler ile dil (özellikle de biçimsel diller) arasındaki bağıntıyı anlamaya çalışmakla başladığını söyleyebiliriz.

Yüksek lisans tezimizde biçimsel dizgelerin ontolojik temelleri üzerine bir inceleme yapmaya çalıştık. Yaptığımız inceleme, biçimsel bir nesnenin kuruluşunun işaretlere, söz konusu işaretlerin kalıcı bir mekânda tutulmalarına ve bu mekânda sıralanmalarına dayalı olduğunu gösterdi. Söz konusu sıranın doğal sayıların sırası olması gerektiğini savunduk. Buradan hareketle aritmetiğin doğru önermelerini temsil etmeye yönelen biçimsel dizgelerin varlıksal bakımdan doğal sayıya dayanmak durumunda olduğunu ve dolayısıyla Gödel tamamlanamazlık teoremlerinin ontolojik bir döngüselliği barındırdığını ortaya koymaya çalıştık. Ancak bu çalışmalar sıralı n-lilerin -ki biçimsel dizgelerin kuruluşunda sıralı ikili ve üçlülere ihtiyaç duyulmaktadır- kuruluşunu, dolayısıyla da işaretlerin sıralandığı kalıcı mekânın nasıl mevcut olduğunu açıklamakta eksik kaldı.

Eğer doğal sayı özelde biçimsel dizgelere, genelde de dilsel temsillere önceliği olacak biçimde var ise, matematiksel nesnelerin kendilerinden söz edebileceğimiz bir çerçevelerinin bulunup bulunmadığı sorusu kendini dayatıyordu. Tam da bu noktada Kant'ın transandantal düşüncesi bir seçenek olarak kendini gösterdi. Dolayısıyla doktora çalışmamızı Kant'ın nesne kuramı üzerine yapmaya karar verdik.

Kant'ın nesne kuramı üzerine yürüttüğümüz çalışmalarda, Kant'ın nesne kuramının, nesnenin bireysel bir bütün olarak kuruluşunda esasa dayalı bir eksikliğinin olduğunu gördük. Ayrıca Kant'ın saf görü anlayışı hakkında bazı sonuçlara vardık. Saf görü ile biçimsel dizgelerin paradigması olarak kabul edilen Turing makinesi arasındaki bağıntıyı açığa çıkarmaya çalıştık.

Tüm bu çalışmalarımız bizi, biçimsel dizgelerin kuruluşu bakımından esas teşkil eden *kalıcı çokluğun* nasıl düşünceye konu edilebileceği konusunda bir araştırmaya itti. Doktora tezi sonrasında, bir yandan küme ile nesne arasındaki bağıntı, diğer yandan da saf görüde inşanın mahiyeti üzerine çalışmayı sürdürdük.

Bu çalışmalar içerisinde vardığımız iki temel sonuçtan biri, Kant'ın saf görüyle kastettiğinin matematiksel nesnelerin görüdeki izini haiz bir mekân olduğu, ancak Kant'ın nesne anlayışının saf görüde izi bulunan matematiksel nesneleri kuşatmak konusunda yetersiz kaldığıdır. Kant'ın saf görüden anladığı şey ile bizim anladığımız şey farklıdır: Saf görü vardır, ancak Kant'ın kastettiği şey değildir. Duyusal olanın biçimi olarak uzay ve zamanın saf görülerinden değil, nesnenin mevcut olduğu bir mekân olarak saf görüden söz edebiliriz. Bu savdan hareketle saf görünün neliği, ne anlamda doğal sayıların görüdeki izini haiz olduğu, matematiksel nesnelerin inşasının nerede ve nasıl gerçekleştiği vb konular Kant'ın sunduğundan daha kapsamlı bir çerçeve içerisinde ele alınmalıdır.

Bu çalışmalar içerisinde vardığımız iki temel sonuçtan ikincisi ise kümenin *tümel bir nesne* olduğudur. Bilindiği gibi küme kuramı 19. yüzyılın ikinci yarısında geliştirilmiştir. Aradan geçen bir yüzyılı aşkın süreye rağmen yukarıda sözünü

ettiğimiz metafiziğin elenmesi sürecinin de etkisiyle söz konusu kuramın ontolojiyle bağları hemen hiçbir zaman tartışma konusu edilmemiştir. Kanaatimize göre kümenin kuruluşu, genel anlamda nesnenin kuruluşundan bağımsız olarak ele alınamaz. Nesnenin kuruluşu ise, Kant'ın iddia ettiğinin aksine, aklın kurucu etkinliğini gözardı ederek kuşatılamaz. Bu itibarla, tıpkı saf görünün anlaşılabilmesi için daha kapsamlı bir çerçeveye ihtiyaç bulunduğu gibi, kümenin kuruluşunda da yeni bir yaklaşıma ihtiyaç bulunmaktadır.

İki kitap dahilinde gerçekleştirdiğimiz bu çalışma, yukarıda ifade etmeye çalıştığımız düşünsel süreç içerisinde geliştirdiğimiz görüşlerin ayrıntılı bir sunumunu içermektedir. Birinci Kitap'taki çalışmamız dört ana kısımdan oluşmaktadır. İlk kısım, Kant'ın nesne kuramının derinleştirilmesine ayrılmıştır. İkinci kısım, matematiksel nesnelerin inşa edildikleri mekânın açıklığa kavuşturulmasına yöneliktir. Üçüncü kısım, genel anlamda biçimselciliğin bir eleştirisini sunmaktadır. Son kısım ise matematiksel nesneler ile küme kuramı arasındaki bağıntıları irdelemekte ve Sürey Varsayımı'na yeni bir bakış açısı getirmektedir.

KISIM I

KANT'IN TRANSANDANTAL DÜŞÜNCESİNİN DERİNLEŞTİRİLMESİ

Bu kısımda Kant'ın transandantal düşüncesinde nesnenin ele alınışını açıklığa kavuşturmayı ve eleştirmeyi hedefliyoruz.

İlk bölümde Kantçı düşüncenin temelinde yer alan bazı terimleri (*Objekt*, *Gegenstand*, *Sinn* ve *Schein*) karşılıklı bağıntıları içerisinde ele alıyoruz.

İkinci bölümde ise nesnenin kuruluş sürecinin ayrıntılarına giriyoruz. *A posteriori* nesnelerin bireysel bütünlüğünün kuruluşunu ele alıyoruz. Bu bölümde savunduğumuz görüş şu: Aklın etkinliğini dışarıda tutarak ruhun yetilerinin etkinliği içerisinde nesnenin bireysel bütünlüğü kurulamaz.

Kant'ın düşüncesindeki bu temel eksikliğin ortaya konulması bize nesneyi farklı bakış açılarından değerlendirebilme olanağı sunuyor.

Tikel nesnenin bireysel bütünlüğünün aklın transandantal etkinliği vasıtasıyla kurulan bir tümel nesneye dayandığını öne sürüyoruz.

Tümel nesnenin kuruluşunu açmak bize **Russell Paradoksu'**na bir yorum getirme olanağı sağlıyor. Küme ile eleman bağıntısının ontolojik zeminini ortaya koyuyoruz.

A posteriori nesnelerin mekânını belirlemek bize ***matematiksel nesnelerden a priori olarak söz edebilme*** imkânını veriyor.

A priori nesneler olarak "Sıfır" ve "Bir"in deneyimimizdeki kurucu işlevlerini belirliyoruz.

Küme ile inşa edilebilme imkânını haiz matematiksel nesneler arasındaki bağıntının mahiyetini ortaya koyuyoruz.

1

Nesne ile Görüdeki İzi (Sinn) Arasındaki Bağıntının Açılması[1]

Özet

Bu bölümde *Sinn* ve *Bedeutung* kavramlarının Kant'ın transandantal düşüncesinde önemli bir yere sahip olduğunu ve Birinci Kritik'inde Kant'ın kullandığı temel kavramlardan biri olan (transandantal) *Schein*'ın mahiyetinin belirlenmesinde merkezi bir rol oynadıklarını gösteriyoruz. Bu rolün açıklığa kavuşturulması, öncelikle *Objekt* ve *Gegenstand* terimleri arasındaki bağıntının ortaya konulmasını gerektiriyor. *Objekt* terimini Türkçede nesne, *Gegenstand* terimini ise görüsel karşılık olarak tercüme ediyoruz. Kant'ın bu iki terim arasında esasa dair bir ayrıma gittiğini savunuyoruz. Daha sonra *a posteriori* nesnenin bir tanımını veriyoruz: *A posteriori* bir nesne

1. Bu bölümdeki görüşlerin bir kısmı *Felsefelogos* dergisinde yayımlanmıştır (Çitil, A.A., 2002). Bu içeriğe kitabımızda yer vermemize izin vermelerinden dolayı dergi yönetimine teşekkürü borç biliriz.

görüsel karşılığıyla birlikte kurulan ve kavranılan bir nesnedir. Daha sonra *Sinn*, *Bedeutung* ve *Schein* kavramlarının karşılıklı bağıntılarını açıyoruz. Son olarak, Kant'ın söz konusu bu terimleri kullanımı ile Frege'nin kullanımını karşılaştırıyoruz.

1.1. Kant'ın Nesne Kuramı

İncelememizin ilk bölümünde, günümüz düşüncesinde önemli bir yer tutan[2] iki temel kavramın, *Sinn* ve *Bedeutung* kavramlarının, Kant'ın transandantal düşüncesinde asli bir yere sahip olduklarını; aynı düşüncede son derece önemli yer tutan bir başka kavram olan *Schein* kavramıyla sıkı bir bağ içinde bulunduklarını; hatta *Sinn* ve *Bedeutung* kavramlarını, Kant'ın transandantal anlamda *Schein*'ı ortaya koyabilmek amacıyla kullandığını göstermeye çalışacağız.[3]

Söz konusu bu üç kavramın anlamlarını açıklığa kavuşturmamız ve karşılıklı bağıntılarını ortaya koymamız, transandantal düşüncede Kant'ın geliştirmeye çalıştığı nesne kura-

---

2 Bilindiği gibi söz konusu bu kavramların Batı düşüncesinde merkezi bir yer alacak şekilde ortaya konuluşu Frege'ye atfedilir (*bkz.* G. Frege, 1892 [1]). Biz, Frege'nin düşünce sisteminin Kant'la bir süreklilik arz ettiğini ve Frege'nin kullandığı biçimiyle *Sinn* ve *Bedeutung* kavramlarına Kant'ın transandantal düşüncesinden hareketle bir yorum getirilebileceğini düşünüyoruz. Ancak bu sürekliliği ortaya koyabilmek için Kant'ın transandantal düşüncesinde, (Kant'ın kendisinin açıkça ortaya koymadığı bir biçimde) "önerme" ve "dilsel karşılık"ın tesisinin ayrıca ele alınması gerekmektedir. (Dil ile nesne arasındaki bağıntıyı İkinci Kitap, Bölüm 2'de ele alıyoruz.)

3 Türkçede *Schein* kavramı genellikle "yanılsama," *Sinn* kavramı "anlam," *Bedeutung* kavramı ise "imlem" ya da "yönletim" sözcükleriyle karşılanmaktadır. Özellikle *Sinn* ve *Bedeutung* kavramlarının Türkçe karşılıklarının Frege'nin düşünce sisteminin esas alınarak bulunduğunu söylemek sanıyoruz yanlış olmaz. *Sinn* ve *Bedeutung* kavramlarının hem Kant'ın transandantal düşüncesinde hem de Frege'nin düşünce sisteminde açıklığa kavuşturulmasının, bu kavramları Türkçede ifade etmek üzere doğru karşılıklar bulabilmemizin önşartı olduğunu düşünüyoruz. Ayrıca yazımız içerisinde belirttiğimiz gibi, *Schein* kavramının Kant tarafından kullanılan farklı anlamları mevcuttur ve bu farklı anlamların yeterince açık bir biçimde ortaya konulmasının *Schein* kavramına Türkçe bir karşılık bulunmasına önceliği bulunmaktadır. Bu nedenlerle, bu yazı içerisinde, söz konusu bu kavramların Almanca karşılıklarını korumayı tercih ettik. İleriki bölümlerde *Sinn* kavramı için Türkçe bir karşılık önereceğiz.

mının ayrıntılarına girmemizi gerektirmektedir. Kant'ın nesne kuramını ana hatlarıyla ortaya koymaya çalışırken temel hedefimiz ise, kendisinin her ikisi de Türkçeye genellikle "nesne" sözcüğüyle tercüme edilmekte olan *Objekt* ve *Gegenstand* terimleri arasında yaptığını düşündüğümüz ayrımı berraklaştırmak olacaktır. Bu yazıda öne süreceğimiz görüşler, Kant'ın transandantal düşüncesinde ifade ettiği görüşlere sadık olmakla beraber, Kant'ın görüşlerinin kendi dayanakları esas alınarak derinleştirilmesine dayanmaktadır.

Kant *Kritik der Reinen Vernunft*[4] adlı eserinde, *Objekt* ve *Gegenstand* terimlerini nesne anlayışının esaslarını ortaya koyacak şekilde farklı anlamlarda kullanmaktadır. Kanaatimizce, söz konusu bu terimler, Kant'ın kendi düşüncesinin gerektirdiği ve Kant'ın transandantal düşüncesinde merkezi öneme sahip bir ayrıma denk düşmektedir. Kant, genel anlamda nesneden bahsederken *Objekt* terimini, deneyimdeki karşılığı kastetmek istediğinde ise *Gegenstand* terimini kullanmakta ve bu ayrımı, Birinci Kritik boyunca sürdürmektedir.

Şu noktada bir açıklamaya girişmeden önce, transandantal düşüncenin esaslarına uygun düştüğüne inandığımız şekilde, *Objekt* terimini "nesne," *Gegenstand* terimini ise "görüsel karşılık" ifadesiyle karşılamaya çalıştığımızı ifade etmek istiyoruz. Ayrıca "*a posteriori* nesne" ifadesini de, görüsel karşılığıyla birlikte mevcut olan nesneye karşılık olarak kullandığımızı belirtelim.

Kant, Birinci Kritik'te temel amacının metafiziğin bir bilim haline getirilmesi olduğunu öne sürer. Kant'a göre matematik ve doğa bilimi, "bilimin emin yoluna" girmişlerdir. Ancak metafizik için aynı şeyi söylemek mümkün değildir.[5] Kant'a göre insan aklı, nesnelere ilişkin bazı soruların cevaplarını, aklın kendi sınırlarını aşarak aramakla "malul" bir yetidir.[6] Metafiziğin bir bilim haline getirilmesi, bir yandan transandantal

4 Bu yazıda Birinci Kritik olarak anılacaktır. Bu eserden yapılan tüm alıntılarda, birinci ve ikinci baskıya ait sayfa numaralarına gönderme yapılmış ve bu iki baskı sırasıyla A ve B harfleri kullanılarak ayırt edilmiştir.

5 BX ve devamı.

6 AVII.

anlamda *Schein*'a kapılmaksızın aklın faaliyet gösterebileceği alanın sınırlarının çizilmesini, öte yandan ise aklın hangi şekilde bu sınırları aşarak kendi unsurlarını ve imkânlarını transandantal anlamda *Schein*'a kapılacak bir biçimde kullandığını göstermekle mümkündür.

Schein, transandantal düşüncenin temel kavramlarından biridir. Kant, bu terimi, Birinci Kritik'inde üç ayrı anlamda kullanmaktadır. Terimin bir kullanımı, kurmaca (fiktif) olana, yani nesnel bir zemini olmaksızın muhayyilenin kendiliğinden ürettiği şeylere karşılık gelir. Kant'a göre tezahürler, bir *Schein*'dan ibaret, yani fiktif değildirler; onlar kendi oldukları haliyle bilemediğimiz kendinde-şeyin, hissetme yetisinin formları olan uzay ve zamana tabi olan temsilleridirler.[7] Ancak hissetme yetimizin formlarından ibaret olan uzay ve zamana nesnel gerçeklik[8] atfedildiği anda tezahürler, fiktif olana dönüşür.[9]

Kant'ın *Schein*'ı kullandığı bir başka anlam ise "yanılsama" terimiyle karşılanabilir. Kant ampirik *Schein*'dan söz ettiğinde bu anlamı kastetmektedir. Bu anlamda *Schein* kavramı, ampirik muhayyilenin yargı yetisini[10] yanıltması sonucu ortaya çıkan yanılsamaları ifade eder. Kant buna örnek olarak optik yanılsamaları verir.[11]

Ancak aklın (Alm. *Vernunft*) metafizik yaparken kapılmaktan kendini alamadığı *Schein*, terimin yukarıdaki iki kullanı-

---

7 B69.

8 Burada bir yanlış anlamaya yol açmamak için "nesnel gerçeklik"le kastedilenin ne olduğuna kısaca değinelim. Kant, uzay ve zamanın, hissetme yetisine ait formlar olarak transandantal anlamda ideal olduklarını düşünmektedir. Şayet uzay ve zaman bu şekilde anlaşılmaz ve özneden bağımsız olarak nesnenin zemininde yer alan unsurlar olarak anlaşılır ise, Kant'a göre, bu uzay ve zamana nesnellik atfetmek anlamına gelir. Kant bu durumda, uzay ve zamanın, kendileri ne cevher ne de bir cevherin arazı olan ancak nesnelerin zorunlu şartı olmaya devam eden iki sonsuz şey olarak düşünülmelerinin kaçınılmaz olduğunu; böyle bir düşüncenin yarattığı "saçmalıklar"dan kaçınmak için ise Berkeley'in tüm cisimleri *Schein'a* indirgemekten başka bir yolunun kalmadığını ifade etmektedir (B70-1).

9 B70.

10 Muhayyile ve yargı yetilerinin mahiyetleri ve işlevleri yazımız içerisinde ele alınmaktadır.

11 A295.

mından daha farklı bir anlama sahiptir ve transandantal düşüncede büyük öneme sahip olan da *Schein*'ın bu anlamıdır. Kant, transandantal *Schein* olarak adlandırdığı bu kavramı şu şekilde açıklar: Akıl, deneyimden başka bir kullanım alanı olmayan ve dolayısıyla doğru kullanımları konusunda bir deneyimden başka bir ölçüte sahip olmadığımız ilke ve kavramları (kategorileri) deneyimi aşacak şekilde muhakemelerinde kullanırsa transandantal *Schein*'a kapılmış olur.[12] Biz de yazımızda, bu son anlamıyla *Schein* kavramının *Sinn* ve *Bedeutung* kavramlarıyla bağıntısını açıklığa kavuşturmaya çalışacağız.

Transandantal düşünce, bir kavrama ve bilme yetisi olarak düşünülen aklın sınırlarını, saf[13] aklı eleştiriye tabi tutmak suretiyle çizmeye çalışır. Nesne kuramı açısından ele alındığında bu eleştirinin amacı, esas olarak saf aklın kavrayabileceği ve

---

12 A295-8.

13 Kant'ın "saf," "*a priori*" ve "transandantal" terimleri arasında yaptığı ayrımları burada açıklığa kavuşturmak istiyoruz. Kant'a göre *a priori* bilgi, şu ya da bu deneyimden değil, deneyimin tümünden bağımsız olan bilgidir. Bu tür bilginin zıddı olan *a posteriori* bilgi ise deneyim yoluyla edinilen bilgidir (B2-3). *A priori* bilgiler ancak ampirik olan hiçbir şeyle karışmamışsa "saf" olarak adlandırılabilirler. Dolayısıyla Kant'a göre her *a priori* bilgi saf değildir. Kant bu farkı ortaya koymak üzere şu örneği verir: "Her değişim bir nedene tabidir" önermesi *a priori* bir önerme olmasına karşın (yani tamamen deneyimden bağımsız olmasına karşın) saf bir önerme değildir. Çünkü değişim kavramı ancak deneyimden türetilebilecek bir kavramdır (B2-3). Kant'a göre akıl, *a priori* bilginin ilkelerini temin eden bir yetidir. Saf akıl ise, bir şeyi mutlak anlamda *a priori* olarak bilmemizi sağlayan ilkeleri içerir. Bu ilkelerin tümü aklın bir "*organon*"unu oluşturur. Bu *organonun* kuşatıcı bir biçimde uygulanması ise saf aklın sistemini bize verir (A10, 11). Transandantal bilginin konusu ise, bilginin nesnesinden çok, nesneleri bilmemizin kendisidir. Burada söz konusu olan bilgi, *a priori* olarak mümkün olan bilgidir. Transandantal bilginin tümünü kuşatan sisteme Kant transandantal düşünce adını verir (B25). Kant, amacının saf aklın sistemini ortaya koymak ya da transandantal düşünceyi bütünüyle icra etmek olmadığını belirtir (B27). Saf aklın eleştirisi, saf aklın bir sistemine bir ön-öğreti, yahut *mukaddime* (Alm. *propadeudic*) olarak ya da transandantal düşüncenin arkitektonik planının tümünü ortaya koyan bir inceleme olarak kabul edilmelidir. Kant'a göre saf aklın eleştirisi, transandantal düşünce için esas teşkil eden her unsuru barındırmaktadır (B28). Kant bu unsurları tespit etmek için, nesnelerin doğasını değil, nesneleri idrak eden ve onlara dair yargılarda bulunan yetileri konu almıştır. Nesnelerin idrakinin nasıl mümkün olduğunun araştırılması ise *a priori* terkibin (Alm. *Synthesis*) ilkelerinin belirlenmesini gerektirmektedir (A12-13).

bilebileceği *a priori* nesnelerin belirlenmesidir.[14] Kant, Birinci Kritik'te, deneyimden hareketle, saf akla ait *a priori* unsurların metafiziksel ve transandantal yönden teşhirini[15] yaparak matematiğin *a priori* nesnelerinin nasıl mümkün olduğunu ve fiziğin nesnesinin *a priori* bir zemine nasıl sahip bulunduğunu ortaya koymaya çalışır. Bir başka deyişle, öznel deneyimimizde nesnel olanı ve nesnel olanın zeminini belirleyerek matematiği ve fiziği bilimsel[16] bir temele oturtmayı hedefler. Kant'ın nihai hedefi ise yukarıda belirttiğimiz gibi metafiziğin bir bilim haline getirilmesidir. Kant, Birinci Kritik'in bir bölümünde bu görüşlerini aşağıdaki şekilde ifade eder:

> Auch kann diese Wissenschaft nicht von Großer abschreckender Weitläufigkeit sein, weil sie es nicht mit Objekten der Vernunft, deren Mannigfaltigkeit unendlich ist, sondern es bloß mit sich selbst, mit Aufgaben, die ganz aus ihrem Schoße entspringen, und ihr nicht durch die Natur der Dinge, die von ihr unterschieden sind, sondern durch ihre eigene vorgelegt sind, zu tun hat; da es denn, wenn sie zuvor ihr eigen Vermögen in Ansehung der Gegenstände, die ihr in der Erfahrung vorkommen mögen, vollständig hat kennenlernen, leicht werden muß, den Umfang und die Grenzen ihres über alle Erfahrungs-

---

14 *A priori* nesneler, Kant'ın kullandığı anlamıyla saf nesneler değildirler. Yani ampirik olandan mutlak anlamda bağımsız değildirler. Matematiğin nesnelerinin ne şekilde *a priori* nesneler olduklarının anlaşılması incelememizin önemli amaçlarından birini oluşturmaktadır (Bkz. Bölüm 4-6).

15 Kant "teşhir" (*Alm. Darstellung; Lat. expositio)* terimini, bir kavrama ait olanın açık bir temsilini vermek anlamında kullanmaktadır. Bu açık temsilin tam olarak kuşatıcı olması gerekmemektedir (B38). Bir kavramın metafiziksel yönden teşhirini vermek demek, o kavramın *a priori* olarak verilişini ortaya koymak demektir (B38). Bir kavramın transandantal yönden teşhirini yapmak ise, o kavrama ait olan ve diğer *a priori* sentetik bilgilere imkân sağlayan ilkeyi ortaya koymak demektir (B40).

16 Kant Birinci Kritik'te ortaya koyduğu esaslardan hareketle doğa bilimlerini temellendirmek üzere kaleme aldığı eserinde (*bkz.* Kant (1786)), bilimsel olanla neyi kastettiğini, *a priori* olana bağlı olarak şu şekilde ortaya koyar: Her doktrin, bir bilgi alanının tümünün ilkelere göre düzenlendiği bir sistem ise, bir bilimdir. Bilim tarihsel ve rasyonel olarak ikiye ayrılır. Tarihsel bilim (ki Kant buna "hakiki olmayan" (Alm. *uneigentlich*) anlamda bilim demektedir) nesnesini deneyimden edinilen yasalara göre belirler. Rasyonel bilim ise (ki Kant'a göre gerçek bilim budur) nesnesini tamamen *a priori* ilkelere göre belirler. (s. 467-8)

grenzen versuchten Gebrauchs vollständig und sicher zu bestimmen. (B23)

Bu bilim [aklın eleştirisi] korkunç derecede ayrıntıya gömülmeyecektir, çünkü tüketilemez derecede bir çeşitliliğe sahip akıl nesneleriyle [*Objekt*] ilgisi yoktur; yalnızca kendisiyle ve tamamen kendisinden kaynaklanan; kendisine, kendisinden farklı olan şeylerin doğası tarafından değil, kendi doğası tarafından dayatılan sorunlarla ilgilidir. Akıl ancak kendisine deneyimde sunulan görüsel karşılıklara [*Gegenstand*] dair idrak kabiliyetini tamamıyla tanıdığında, kendisi, bütün deneyimin sınırlarının ötesine geçmeye çalışan kullanım alanını ve sınırlarını tam ve kesin bir biçimde belirleyebilecektir. (B23)

Kant Birinci Kritik'in transandantal analitik bölümünde, görüsel karşılıklara dair bu idrak kabiliyetini etraflı bir biçimde sunmaktadır. Aklın kavrayabileceği nesneler görüsel karşılığıyla birlikte tesis ve idrak olunabilen nesnelerdir. Buna karşılık Kant'a göre metafiziğin konusunu teşkil eden "Ruh," "Kozmos" ve "Tanrı" ancak aklın ideaları (Alm. *Idee*)[17] olarak düşünebilir ve nesnel olarak kavranamazlar. İdealara dair aklın çıkarımları transandantal anlamda *Schein* olmaktan öteye

17 Transandantal düşüncede aklın saf kavramları olarak transandantal idealar, deneyimin tesisinde bir işleve sahip değildirler (A326-7); deneyimin birliğinin düşünülmesinde "düzenleyici" bir işlevleri vardır (A642 vd). Müdrikenin saf kavramları olan kategorilerin aksine transandantal idealarn nesnel (nesnelerin kuruluş sürecine dayanan) bir türetimi mümkün değildir, çünkü söz konusu idealara karşılık gelen bir nesne mevcut değildir (A336). Dolayısıyla Kant, transandantal ideaları, deneyimin şerh edilmesi, yani teşrihi (Alm. *Zergliederung)* yoluyla değil, aklın muhakeme faaliyetinin bir analitiği neticesinde tespit eder (A321 vd). Kant idealar, şarta tabi olanın *(a posteriori nesnenin),* şarta tabi olmaksızın (muhakeme faaliyeti neticesinde) idrakini temin etmek üzere, şartlarının (kavramların) bütününün terkibi olarak belirlemektedir (A322). Bağıntı kategorisinin üç farklı türüne karşılık gelecek biçimde kavramlar arası üç farklı bağıntı bulunduğundan, Kant üç farklı idea belirler. Kant bu suretle terkip edilen bütünler olarak transandantal idealarn nesnenin tesisinde bir işleve sahip olmadıklarını, ancak muhakeme faaliyetinin, yani yargıdan yargıya geçiş faaliyetinin zemininde yer aldığını ve bu anlamda muhakemeyi düzenleyici bir işleve sahip olduklarını ifade etmektedir (A307-9). Sonuç olarak üç farklı akıl çıkarım formunun zemininde yer alan üç ayrı transandantal idea bulunmaktadır (A323).

geçemez. Sonuç olarak, akıl, Kant'a göre sadece transandantal düşüncenin çizdiği sınırlar dahilinde matematik ve fizik yapabilmenin *a priori* imkânına sahiptir. Metafizik, transandantal anlamda *Schein*'dan ibaret spekülatif yanından arındırılmalı, matematiğin ve fiziğin bir bilim olarak kurulabilmesinin zeminine dair bir faaliyetle sınırlanmalıdır.

Yazının başında da ifade ettiğimiz gibi, transandantal *Schein* kavramı ile *Sinn* ve *Bedeutung* kavramları arasında bulunan ve kanaatimizce Kant'ın düşüncesinin esasında yer alan, bir başka deyişle transandantal düşüncenin içine işlemiş bulunan bu bağıntının berrak bir biçimde ortaya konulabilmesi, Kant'ın nesne anlayışının açıklığa kavuşturulmasını zorunlu kılmaktadır.

Kant'ın nesne ve görüsel karşılık hakkındaki görüşlerini ortaya koyabilmek ise, öncelikle Kant'ın yargı anlayışının ve yargılarla nesne arasındaki bağıntının ele alınmasını gerektirmektedir. Bizim, nesne kuramı bağlamında ele almak istediğimiz anlamıyla yargı yetisi, Kant'ın ifadesiyle, düşünme yetisinin tamamını kapsayan, düşünme yetisiyle bir ve aynı yeti olarak yargı yetisidir.[18] "Yargı" ile "nesne" arasındaki bağıntı,

---

18 Kant *Kritik der Urteilskraft'ta* yargı yetisini (Alm. *Urteilskraft*), düşünme yetisine ait diğer iki temel yetinin, aklın (Almanca: *Vernunft*) ve müdrikenin (Almanca: *Verstand*) arasında, geçiş işlevi gören bağımsız bir yeti olarak belirler: "... die Urteilskraf, die in der Ordnung unserer Erkenntnisvermögen zwischen dem Verstände und der Vernunft ein Mittelglied ausmacht..." (Kant, 1790: s. 168) Türkçesi: "... yargı yetisi, düşünme yetilerinin sıralamasında, müdrike ile akıl arasında bir orta terim oluşturmaktadır."

Kant genel mantığı da bu üç yetinin bölümlenmesine göre teşkil ettiğini ifade etmektedir.

Ancak bu bölümlendirme kanaatimizce Kant'ın düşünme yetisinin esasen yargılara dayandığına dair görüşüyle karşıtlık teşkil etmemektedir. Kant söz konusu bu görüşü Birinci Kritik'te şu şekilde ifade eder:

"[das] Vermögen zu Urteilen, (welches ebensoviel ist, als das Vermögenzu denken)..." (A81)

Türkçesi: "... yargı yetisi ki düşünme yetisiyle bir ve aynıdır."

Kant, Birinci Kritik'te, hem müdrikenin,tamamen bir yargı yetisi olarak düşünülebileceğini hem de aklın çıkarımlarının esas itibarıyla bir yargıdan ibaret olduğunu açıkça ifade etmiştir:

"Wir können aber alle Handlungen des Verstandes auf Urteile zurückführen, so daß der Verstand uberhaupt als ein Vermögen zu urteilen vorgestellt werden kann." (A69)

Kant'ın nesne anlayışının merkezinde yer almaktadır. Birinci Kritik'te sunulan tanımıyla yargı (Alm. *Urteil*), bir temsilin (Alm. *Vorstellung*)[19] ya da tasavvurun (Alm. *Vorstellung*),[20] bir başka tasavvur yoluyla kavranmasını temin eden bir idrak

---

Türkçesi: "Ancak biz müdrikenin tüm fiillerini yargılara tahvil edebiliriz. Böylece müdrike, bir yargı yetisi olarak takdim edilebilir."

"... der Vernunftschluβ ist selbst nicht anderes als ein Urteil, vermittelst der Subsumstion seiner Bedingung unter eine allgemeine Regel." (A307)

Türkçesi: "... akıl çıkarımı, şarta tabi olanın, tümel bir kural altına düşürülmesiyle kaim olan bir yargıdan başka bir şey değildir."

Kant'ın bu görüşe, kritik öncesi dönemde de sahip olduğunu düşünmemize neden olacak bazı ifadeler mevcuttur. Kant, kritik dönem öncesindeki bir eserinde (Kant, 1762), bu anlamıyla yargı yetisinin, tüm düşünme yetisinin zemininde yer alan, diğer yetilerden türetilemeyecek temel bir yeti olduğunu ifade etmiştir:

"Dieses Vermögen ist nicht aus einem andern abzuleiten, es ist ein Grundvermögen im eigentlichen Verstande und kann, wie ich davor halte, bloß vernunftigen Wesen eigen sein. Auf demselben aber beruhet die ganze obere Erkenntniskraft." (*a.g.e.*, s. 614)

Türkçesi: "Bu yeti diğer yetilerden türetilemez. Kanaatime göre, yalnızca akıl sahibi varlıklarda bulunan, kelimenin tam anlamıyla temel bir yetidir. Diğer tüm düşünme yetileri bu yeti üzerine bina edilmiştir."

Ayrıca Kant'a göre yargı yetisi, temsilleri, düşünme yetisinin nesnesi kılan fiilleri icra eden yetidir:

"Meine jetzige Meinung geht dahin, daβ diese Kraft oder Fahigkeit nichts anders sei als das Vermogen des innern Sinnes, d.i. seiner einege Vorstellungen zum Objekte seiner Gedanken zur machen." (*a.g.e.*, s. 614)

Türkçesi: "Şu andaki düşüncem, bu yetinin, yahut kuvvenin içsel his yetisinden, yani kendi temsillerini kendi düşüncesinin nesnesi kılma yetisinden başka bir şey olmadığı yönündedir."

Bu yazımızda yargı yetisini biz burada ifade ettiğimiz anlamıyla ele alacağız.

19 Burada "temsil"le, hissetme yetisi yoluyla edinilen, kendinde-şeyin temsilini kastediyoruz.

20 İdrakin fiilleriyle oluşturulmuş temsil anlamında "tasavvur" terimi ile hissetme yoluyla edinilen, idraktan gelen unsurları barındırmayan ve kendinde-şeyin tezahürlerinden ibaret olan temsil anlamında "temsil" terimini ayırt etmeyi uygun bulduk. "Tasavvur" ya bu "temsil"lere idrak yetisinin bir fiiliyle (bir yargıyla) birlik vermesi neticesinde hasıl olur; ya da bu suretle oluşturulmuş bulunan tasavvurlara bir idrak fiili vasıtasıyla birlik verilmesiyle ortaya çıkan bir başka tasavvurdur. Dolayısıyla yargı içerisinde bir tasavvur vasıtasıyla tutulanın kendisi bir temsil olabileceği gibi, bu temsillere birlik verilmesi neticesinde ortaya çıkan bir tasavvur ya da tasavvurların birliğinden ibaret bir başka tasavvur da olabilir. "Tasavvur" terimi, "suret" kökünden türemiş olup, zihinde canlandırma, şekillendirme, kurma anlamlarına gelmektedir.

(Alm. *Verstehen*)[21] fiilidir.[22] Kant ancak temsillerin görüsel karşılıklarla dolaysız bir bağıntısının bulunduğunu, bu itibarla da yargıların, görüsel karşılıkların dolaylı (yani tasavvurlar aracılığıyla kaim olan) temsilleri olduklarını ifade eder. Temsillere, sözü edilen biçimde birlik verilmesi suretiyle görüsel karşılıkların terkip ve idrak edilmesini temin eden de esas itibariyle yargılardır.

Bu noktada, bir karışıklığa meydan vermemek için, yargı yetisine ait fiillerin, Kant'ın Birinci Kritik dahilinde berrak bir biçimde ifade etmediği bir tasnife tabi tutulması uygun olacaktır. Yargı yetisi, tüm düşünme faaliyetini kuşatan bir yeti olarak ele alındığında, bu yetiye ait tüm fiiller, hissetme yetisi vasıtasıyla edinilen temsillere birlik verilmesi suretiyle görüsel karşılığın tesis ve idrak edilmesini temin eden *kendiliğinden* (Alın. *Spontan*) idrak fiilleri (ki bunlar Kant'a göre müdrikenin transandantal yargılarıyla sınırlıdırlar) ile bir kavramın bir başka kavrama sevkiyle kaim olan *sevkedici* (Alm. *Diskursiv*) idrak fiilleri halinde iki ayrı kısımda ele alınmalıdır. Bir yargıdan bir diğer yargıya geçiş de aklın icra ettiği bir muhakeme fiili olarak, bu itibarla, *sevkedici* bir idrak fiili olmak durumundadır.[23]

Kant, Birinci Kritik'inde, "kavram" terimini de bir muğlaklığa yol açacak biçimde kullanmaktadır. Kavram, bir nesnenin bir idrak fiili içerisindeki kavranılışını ifade eder. Kant'a göre, bir idrak fiili (yargı) vasıtasıyla kendilerine birlik verilen

21 "İdrak" sözcüğünün kökünde yer alan "dark" fiili "yakalamak," "kavramak" anlamlarına gelmektedir.

22 A68.

23 Kant *kendiliğinden ve sevkedici* idrak fiilleri arasındaki ayrımı zımni olarak yapmış, ancak kendiliğinden idrak fiilleri vasıtasıyla tesis ve idrak edilenin, sevkedici idrak fiilleri vasıtasıyla kavranılmasının zemini hakkında hiçbir açıklama getirmemiştir. Ayrıca sevkedici idrak fiillerinin tesisi konusunda, diğer bir deyişle, bir kavramdan bir diğer kavrama geçişin ya da muhakeme faaliyeti içerisinde bir yargıdan bir başka yargıya geçişin zemini konusunda tatminkâr olabilecek herhangi bir temellendirme çabasına girişmemiştir. Bu konu aydınlığa kavuşturulmadan sentetik ve analitik yargılar arasındaki ayrımın anlamının berrak bir biçimde ortaya konulamayacağı aşikârdır. Sentetik ve analitik yargılara dair, Kant'tan sonra meydana çıkan tartışmaların, böyle bir berraklık sağlanmaksızın yürütülmüş olduğu kanaatindeyiz.

ve bu suretle belirlenen temsil ya da tasavvurlar ile bu temsil ya da tasavvurlara birlik veren ve bu suretle onları belirleyen tasavvur arasındaki bağıntı, birlik veren fonksiyon ile birlik verilen unsurlar arasındaki bağıntıdır.[24] Kavram, bir nesnenin idrakini temin eden bir fiil içerisinde, "temsil ya da tasavvurları bir araya getirme fiilinin birliği" olarak tarif edilebilecek bir fonksiyonla kaimdir.[25] Bir başka deyişle kavram, bir yargı içerisinde bir nesneyi kavrıyor olması itibariyle düşünülen bir tasavvurdur. Bu itibarla, Kant'a göre, idrak fiillerinin haricinde herhangi bir tasavvurdan kendi başına bir kavram olarak söz edebilmenin imkânı yoktur. Dolayısıyla kavramın mekânı[26] yargıdır. Nesne (Alm. *Objekt*), bir yargı içerisinde, bir kavram vasıtasıyla bir yanından "kavranan" ve bir muhakeme faaliyeti içerisinde farklı yanlarından kavranmak suretiyle "çevrilen" şeydir.[27] Nesne ve kavram arasında, karşılıklı olarak birbirlerine dayanıyor olmalarından kaynaklanan bir birlik mevcuttur.

Yukarıdaki açıklamalarımız ışığında Kant'ın Birinci Kritik'te nesne kuramı bakımından gerçekleştirmeye çalıştığı şudur: Birinci Kritik'in ilk ana bölümü olan transandantal analitikte, *a posteriori* nesnenin,[28] kendiliğinden idrak faaliyeti içerisinde, görüsel karşılığıyla birlikte tesis olunması farklı

---

24 Burada "fonksiyon"la kastedilen matematiksel bir kavram olarak fonksiyon değildir. Burada söz konusu fonksiyon, bir idrak fiili ile temsillerin bir birlik içerisinde tutulmasıyla tesis olunmaktadır.

25 A68.

26 "Mekân" terimini bu yazıda "uzay" teriminden ayırarak, bir nesnenin var olduğu zemin veya yer anlamında kullandık. "Mekân" sözcüğü Arapça "olmak" anlamına gelen *kâne* sözcüğünden türemiştir ve "var olunan yer" anlamına gelmektedir.

27 Burada kullandığımız "kavrama" ve "çevirme" terimleri bize aittir. Ayrıca *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığının, hissetme yetisi tarafından edinilen malzemeyi haiz bulunmasını da, akıl tarafından bu suretle "çevrilemez bir yana sahip olması" şeklinde ifade ediyoruz.

28 Birinci Kritik'te *a priori* nesnenin tesis ve idrakinin yeterince açık bir biçimde ortaya konulduğunu düşünmüyoruz. Bir nesne kuramının, matematiğin konusunu oluşturan a priori nesnelerin, bir yandan kendiliğinden idrak fiilleri vasıtasıyla tesis ve idrakini, öte yandan da sevke tabi idrak fiilleri vasıtasıyla kavranılışını ve muhakemeye konu edilişini ortaya koyması icap eder. Kant'ın transandantal düşüncede bu konuları berrak bir şekilde ortaya koyamadığını düşünüyoruz.

yönleriyle ele alınmaktadır.[29] *A posteriori* nesne, kendiliğinden idrak faaliyeti ile birlikte deneyimin tesisini temin eden üç öznel yeti [hissetme, muhayyile ve algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiil; tamalgı] marifetiyle görüsel karşılığın terkibi üzerinden "tesis ve idrak"[30] edilir.

Kant, *a posteriori* nesnenin, görüsel karşılığıyla birlikte idrakinin, tezahürlerin bir arada, belirli kurallara dayanan bağıntılar içerisinde ve Ben'e ait olarak mevcut olmasıyla mümkün olduğunu ileri sürer.[31] Bu görüşten hareketle, hissetme yetisi yoluyla edinilen temsillerin, hangi öznel yetiler ve kaynaklar vasıtasıyla *işlenerek*, *a posteriori* nesnelerin görüsel karşılıkları olarak tesis ve idrak edildiklerini araştırır. Kant, *a posteriori* nesnenin ve görüsel karşılığının terkip edilip bilince getirilmesinde rol oynayan asli (öznel) kaynakları ve yetileri, algılayanın kendini idrakini temin eden transandantal fiil (Alm. *Apperzeption*),[32] muhayyile (Alm. *Einbildunskraft*) ve hissetme yetisi (Alm. *Sensibilität*) olarak belirler.[33]

Kant, bu asli yetilerin her birini, *a posteriori* nesnenin terkip ve tesisinde esas teşkil eden bir işlevle belirler. Hissetme yetisi, temsillerin bir araya toplanmasını ve bir arada tutulmasını temin eden bir *icmal etme* (Alm. *Synopsis*)[34] işlevine sahiptir. Görüsel karşılıkların terkip ve tesisinin (idraka ait belirlenimleri taşımayan) malzemesini oluşturan çoklu (*manifold*), idrakin kendiliğinden faaliyetine, hissetme yetisinin bu *icmal etme* işlevi vasıtasıyla sunulur. Muhayyile, hissetme yetisi yoluyla edinilen ve *icmal edilmiş* bulunan temsilleri *terkip etme* (Alm. *Synthesis* veya *Verbindung*) işlevini yerine getirir. Algılayanın kendini idrakini temin eden transandantal fiil ise,

---

29 Ancak Kant'ın ne *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünün zeminini ne de a posteriori nesnenin görüsel karşılığının mevcut olduğu mekân olarak görünün bütününün tesisini ortaya koyamadığını düşünüyoruz.

30 Kant'ın nesne kuramında *a posteriori* nesne temsillerin terkîbi üzerinden "kurulur" ve düşünme yetisinin kendiliğinden fiilleri ile "kavranılır." Bu nedenle nesnenin "tesis ve idrâk" edilmesi bir ve aynı faaliyetin iki yüzünü ifade eder.

31 A97.

32 Kant'a göre, algılayanın kendini idraki, düşünme yetisinin icra ettiği ve tüm tecrübenin kaynağında yer alan bir ilk idrak fiili yoluyla mümkün olmaktadır.

33 A115.

34 İcmal etme, bir araya toplama, bir arada tutma anlamlarına gelmektedir.

hem hissetme yetisi vasıtasıyla edinilen temsillerin bir birlik içerisinde icmal edilmesini ve aynı transandantal fiil vasıtasıyla tesis edilen Saf Ben'e (Alm. *der Reinen Apperzeption*) ait olmasını hem de muhayyile vasıtasıyla terkip edilene *birlik verilmesini* (Alın. *Einheit der Syntesis*) temin eder. Bu transandantal fiilin analitiği ve tecrübenin oluşumundaki işlevi aslidir. Şu an için belirtilmesi gereken nokta, hem hissetme yetisinin icra ettiği icmal etme işlevinin hem de muhayyilenin icra ettiği terkip faaliyetinin ancak algılayanın kendini idrakini temin eden bu transandantal fiil itibariyle bir anlamının olabileceğidir. İcmal edilene birliğini veren bu fiilin esas işlevi, uzay ve zamanı çok özel bir manada bir birlik içerisinde kavrıyor olmasıdır. Bu kavrayışın mahiyetinin anlaşılabilmesi tecrübenin tesisinin kuşatılabilmesi için esastır.

Dışsal his yoluyla, uzay formuna tabi olarak edinilmiş olan temsiller ancak içsel hissin zaman formunda bıraktıkları izler vasıtasıyla, idrakin kendiliğinden faaliyetine dahil olurlar. "Çoklu" tabiriyle, belirlenmemiş bir çokluk içeren ve bir tasavvur vasıtasıyla bir birlik verilerek idrak edilebilecek olan bir temsil kastedildiğinden, dışsal hissin uzay formuna tabi olan temsilleri, bu manada bir çoklu bile sayılamazlar.[35] Ancak içsel hissin formu olan zamanda birbirlerinden anlar yoluyla tefrik edilmiş olan izler bir çoklu oluşturabilir. Tek bir an, içeriği itibariyle zamansal olarak parçalanamaz bir bütündür. Bu bütün, zamansal bir çokluğa birlik verilmesi neticesinde oluşmuş bulunan bir bütün değildir. Bir çoklunun sahip olduğu çokluk, dışsal hisse ait temsillerin içsel histe bıraktığı ve tek bir an itibariyle parçalanamaz bir bütünden ibaret bulunan izlerin zaman formu vasıtasıyla tefrik edilmeleri neticesinde ortaya çıkar. Hissetme yetisinin icmal ettiği çoklu, dışsal his yoluyla edinilen temsillerin içsel histeki izlerinin zamanın anları vasıtasıyla tefrik edilmesi sonucu oluşan bir çokluktur.[36]

35 A99.

36 Kant'ın söz konusu çoklunun tesis ve icmalini bu tür açıklamalar yoluyla kuşatabildiğini düşünmüyoruz. Saf çoklunun tesisi için, zamana ait saf çoklunun bir birlik içerisinde tutulabilmesi esastır. Bu ise muhayyile yetisi vasıtasıyla gerçekleştirilebilecek bir fiil değildir. Burada transandantal manada bir hıfzetme fiiline ihtiyaç duyulmaktadır. Kant'ın çerçevesi içerisinde bu ba-

Hissetme yetisinin formları olarak uzay ve zaman, kaynağı kendinde-şey olduğu farz edilen etkilerden oluşan malzemeyi *a priori* olarak belirlemenin ötesinde bir gerçekliğe[37] sahip değildirler. Söz konusu malzeme ancak bu *a priori* formların imkânları vasıtasıyla tezahür edebilir. Uzay ve zaman, transandantal anlamda ideal formlardır. Uzay ve zaman, ampirik gerçekliklerini ancak tezahürlerin belirlenmesi yoluyla kazanırlar. Dolayısıyla uzayın ve zamanın saf çokluyu da ancak tezahürlerle birlikte mevcuttur. Dışsal his yoluyla uzay formuna tabi olarak edinilen temsillerin zemininde uzayın saf çokluyu yer alır. İçsel hissin saf çokluyu ise dışsal his yoluyla edinilen temsillerin içsel histe bıraktığı izlerin zaman formu vasıtasıyla tefrik edilmesiyle var olur. Tezahürler olmaksızın, transandantal anlamda ideal (Alın. *Ideel*) olan üzerinden saf bir terkip yapılabilmesi mümkün değildir. Çünkü Kant'a göre, ampirik tecrübe olmaksızın terkip edilecek saf bir çoklu mevcut değildir. Dolayısıyla uzay ve zamanın saf tasavvurlarının terkip edilmesi ile içsel histe hissetme neticesinde mevcut olan çoklunun terkip edilmesi aynı terkip faaliyetinin iki yanıdır. Burada önemle üzerinde durulması gereken nokta, içsel histe mevcut olan izlerin, hem uzaya ait saf çoklunun hem de bu saf çokluya dayanarak var olan ampirik çoklunun, içsel hissin zaman formuna tabi olmasının zorunluluğudur. Uzaya ait saf çoklunun saf terkibi yoluyla idrak edilen saf uzay tasavvuru da, ampirik çoklunun terkibi yoluyla idrak edilen görüsel karşılıklar da zamana ait belirlenimleri barındırmak durumundadırlar. Öte yandan, zamana ait saf çoklu, dışsal his yoluyla edinilen temsillerin içsel histe bıraktığı izlerin zaman formu vasıtasıyla tefrik edilmesi vasıtasıyla mevcut olmaktadır.

---

kımdan bir eksiklik bulunduğunu belirleyen ve bana ileten meslektaşım Aliye Kovanlıkaya'ya teşekkürü bir borç biliyorum. Kendisi hafızanın deneyimin kuruluşundaki işlevine dair ayrıntılı bir araştırmayı doktora tezi çalışması dahilinde gerçekleştirmiştir (*bkz.* A. Kovanlıkaya, 2002). İkinci Kitapta, Bölüm 5 ve Bölüm 6'da uzayın ve zamanın tesis konusunu tekrar ele alıyoruz.

37 Burada sözü edilen, bir nitelik kategorisi altında bulunan gerçeklik kavramı değildir. "Gerçeklik" tabiri, uzay ve zamanın ancak tecrübe itibariyle, tecrübenin kendisinden hareketle düşünülebilecek formlar olduğunu ifade etmek için kullanılmıştır.

Muhayyile[38] hissetme yetisi tarafından, uzay ve zaman formlarına tabi olarak tezahür eden ve algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin verdiği birlik dahilinde icmal edilmiş bulunan çokluyu, bir *ilk kavrama* (Alm. *Apprehension*) fiiliyle kendi faaliyetinin içine alır. Kant, bu ilk kavrama fiilini de bir *terkip* olarak adlandırmaktadır. Algıyı ortaya çıkaran, bu içselleştirme ya da ilk kavrama terkibidir. Muhayyilenin bu terkip fiili yoluyla hem içsel histe mevcut olan ampirik çoklu hem bu ampirik çoklunun kendisine dayandığı saf çoklu hem de bu çokluyu barındıran zamanın saf çokluyu muhayyilenin faaliyeti içine alınmış olur. Muhayyilenin bu ilk kavrama fiilinin görüsel karşılıkların tesis edilmesinde asli bir işlevi bulunmaktadır.

Muhayyile esasen bir terkip faaliyeti icra eder. Muhayyilenin, üzerinde terkip faaliyetini icra edeceği malzemenin mahiyeti bu noktada önem kazanmaktadır. Söz konusu malzemenin:

Bir yandan bir yakınlık ve alakayı haiz olacak surette bir bütünün parçası olarak *icmal* edilmiş bulunması.

Öte yandan da muhayyilenin icra edeceği terkip fiillerine tabi olabilmesi için hissetme yetisinin şartlarından bağımsız olacak surette bir birlik içerisinde *muhafaza* edileceği bir mekâna devşirilmiş olması icap etmektedir. Şayet, söz konusu malzeme hissetme yetisinin şartlarına tabi olmayı sürdürür ise muhayyilenin, düşünme yetisinin belirlenimlerine tabi olarak bu malzemeyi işleyebilmesi mümkün olamaz. Dolayısıyla hissetme yetisi vasıtasıyla edinilen ve algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin birliğine tabi olarak icmal edilmiş bulunan malzemenin, görü mekânında canlandırılmasına önceliği olacak bir biçimde ayrı bir mekâna devşirilmesi ve muhafaza edilmesi şarttır. Kant'ın, bir ilk kavrama fiiline bağladığı bu devşirme fiilinin, muhayyile yetisi marifetiyle yapılabileceğini düşünmüyoruz. Söz konusu fiil, *transandantal bir hıfzetme fiili*dir ve düşünme yetisiyle bir bağıntısının bulunması gerekir. Şimdilik, söz konusu malze-

38 Kant'ın transandantal düşüncesindeki işlevi göz önüne alındığında "muhayyile," bir "hayal etme" yetisi olmaktan önce, hissetme yetisi yoluyla gelen malzemeyi kendi kalıplarına (şemalar) döken bir yeti olarak anlaşılmalıdır.

menin, muhayyilenin terkip faaliyetini gerçekleştirebileceği şartları haiz olduğunu kabul ederek, bireysel görüsel karşılıkların terkip ve tesis edilişini incelemeye devam edelim.

Muhayyilenin *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının birbirlerine bağıntılı olarak tesis edilmesinde asli bir işlevi bulunmaktadır. Muhayyile, kendisi bizatihi görüde mevcut olmayan nesnenin görüsel karşılığını görüde temsil etme yetisidir.[39] Biz muhayyilenin, bu faaliyetini bir *canlandırma* faaliyeti olarak adlandıracağız. Bu canlandırma faaliyeti, hem görünün bütününün bir mekân olarak tesis edilmesini hem de görü mekânında var olan ve birbirleriyle görünün bütünü içerisinde bir yakınlığa ve alakaya sahip bulunan tezahürlerin bireysel görüsel karşılıklar halinde terkip ve tesis edilmesini temin etmek durumundadır. Muhayyile, bu canlandırma işlevini, içsel histe mevcut olan izleri, belirli kurallar dahilinde *yeniden üreterek* (Alm. *Reproduktion*) yapar. Muhayyile vasıtasıyla canlandırılan görüsel karşılığın farklı cihetleri,[40] içsel histeki izlerin, belirli kurallara göre yeniden üretilerek terkip edilmesi yoluyla tesis edilir. Ancak bir önceki alt bölümde ifade ettiğimiz gibi ampirik izlerin (içsel histe mevcut olan tezahürlerin), belli kurallara göre yeniden üretilebilir olmalarının *a priori* bir zemininin olması gerekir. Bu zeminin mahiyeti, hem görünün bütününün tesisine ilişkin olarak hem de *transandantal hıfzetme fiili*nin bir analitiği yapılarak ele alınmak durumundadır.

Gerek algının gerekse görüsel karşılıkların terkip ve idrak edilmesinde, uzay ve zamana ait saf çoklunun terkip edilmesi faaliyeti ile bu saf çokluya dayanarak mevcut olan tezahürlerin terkip edilmesi faaliyeti, muhayyilenin bir ve aynı faaliyetinin iki yanıdır. Muhayyile, canlandırma faaliyetini, müdrikenin (Alm. *Verstand*) saf kavramlarının tezahürlere zorunlu olarak uygulanmasını temin eden saf kalıplara (şemalar) göre gerçekleştirir. Tezahürlerin terkibinde, bu tezahürlerin kendilerine dayandığı saf çoklu, bu saf kalıplara göre zorunlu ola-

39 B151.

40 Bu cihetler aşağıda açıkladığımız gibi müdrikenin saf kavramları olan kategoriler tarafından tüketilmektedir.

rak terkip edilir. Görüsel karşılıkların terkip ve tesisi, bu saf şemalara ve dolayısıyla bu saf şemalara birliğini ve kuralını veren saf kavramlara, yani kategorilere dayanmak durumundadır. Dolayısıyla görüsel karşılıkların, farklı cihetleriyle terkip ve tesisini temin eden canlandırma faaliyeti, müdrikenin transandantal yargılarıyla kaimdir.

Müdrikenin transandantal yargıları sentetik (terkibi) *a priori* yargılardır. Dolayısıyla Kant'ın sistematiği içerisinde, bu terkibi yargılar vasıtasıyla idrak edilen bir nesne mevcut olmak durumundadır. Üstelik, müdrikenin transandantal yargıları vasıtasıyla idrak edilen nesnenin, görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve tesis edilen bireysel *a posteriori* nesnenin idrakinde asli bir role sahip olması gerekir. Bir başka deyişle, her bir *a posteriori* nesnenin idraki, (bu idrakin saf yanı itibariyle) müdrikenin transandantal yargıları vasıtasıyla idrak edilen nesnenin idrakine dayanmak mecburiyetindedir. Müdrikenin transandantal yargılarında mevcut olan saf tasavvurlar vasıtasıyla idrak edilen bu nesnenin mahiyetinin anlaşılması, transandantal düşünce açısından bir nesne kuramının ortaya konulabilmesi için esastır. Kant'a göre, müdrikenin transandantal fiilleri vasıtasıyla idrak edilen *nesne*, uzay ve zamana saf bir birlik vermek suretiyle, algılayanın kendisini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin birliğidir.[41] Burada söz konusu olan birlik, kategorilere önceliği olan bir birliktir ve birlik kategorisiyle karıştırılmamalıdır. Muhayyile, terkip fiillerini, bu transandantal fiilin birliğinin idrakini temin eden transandantal yargılarda mevcut olan kategorilere dayanarak gerçekleştirmektedir. Muhayyilenin icra ettiği terkip faaliye-

41 A109-10. Ancak algılayanın kendini idrak etmesini temin eden bu transandantal fiilin birliğinin ya da bu birlik verici fiil vasıtasıyla tesis edilen bütünün ne anlamda bir "nesne" olarak alınması gerektiği sorusu karşımıza çıkmaktadır. Algılayanın kendini idrakini temin eden transandantal fiil, düşünme yetisinin faal hale geçmesini sağlayan ve bu itibarla tüm düşünme faaliyetine ve tecrübeye kaynak teşkil eden bir fiil olarak anlaşılabilir. Bu noktadan hareketle, algılayanın, kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin birliğini, müdrikenin transandantal yargıları vasıtasıyla idrak edilen bir *nesne* olarak ortaya koymaktansa, müdrikenin faaliyetini kuşatan *a priori* bir zemin olarak tabir etmek sanırız daha doğru olacaktır.

tinin, saf mantıksal[42] yanı müdrikenin saf tasavvurları olan kategorilerdir. Bir başka ifadeyle, saf terkîplerin kurallarının birliği, bize, müdrikeye ait saf tasavvurları (kategorileri) verir.

Algılayanın kendini idrak etmesini temin eden bu ilk transandantal düşünme fiili, Kant'a göre tüm idrak faaliyetini içinde barındıran bir mekân olarak Saf Ben'in tesis edilmesinde asli bir role sahiptir. Aynı zamanda, bu transandantal fiil, uzay ve zamanın bir birlik içerisinde kavranılmasını temin ettiğinden, dışsal his yoluyla edinilen temsillerin ve bu temsillerin içsel histe bıraktıkları izlerin Saf Ben'e ait olmasını ve bu yolla tüm tezahürlerin bir yakınlık ve alakayı haiz olmalarını sağlamaktadır.

Muhayyilenin, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte tesis ve idrak edilmesinde icra ettiği canlandırma faaliyetini, düşünme ve hissetme cihetlerinden iki yanlı olarak ele almak mümkündür: Muhayyilenin faaliyeti neticesinde, hissetme yoluyla edinilen malzemenin, zaman formundan geçirilmesi neticesinde kalan izler *düşünselleştirilmekte* ve bu düşünselleştirilenin karşılığı olarak, hissetmeyle gelen izler, görüde *gör(ü)selleştirilmektedir*. *Düşünselleştirme*, kavranılır hale getirme, *gör(ü)selleştirme* ise algılanır hale getirme şeklinde anlaşılmalıdır.

Transandantal bir yeri olan muhayyilenin canlandırma etkinliği yoluyla düşünselleştirilen *a posteriori* nesne sevkedici düşünme yetisi tarafından "kavranılabilir" ve "çevrilebilir." Burada "çevrilebilme"yle kastedilen, nesnenin farklı cihetlerinden kavranılması ve muhakemeye tabi tutulmasıdır. Yargı fiili, tikel *a posteriori* nesnenin bir cihetinden tutularak[43] bireysel olarak bilince getirilmesini temin eder; bu biçimde bilince getirilen nesne görüsel olarak görü mekânından düşünme yetisinin mekânına devşirilmiş olur. Bireysel bir bütün olarak kavranılan bu nesne hissetme yetisi tarafından kendi-başına-

42 Burada "mantıksal" tabiri, düşünme yetisinin faaliyetinde içerilen, bu faaliyet cihetinden mevcut olan unsurları betimlemek için kullanılmıştır.

43 Nesnenin bir cihetinden tutulabilmesi, söz konusu nesnenin tümel bir nesnenin içsel bir parçası olarak kurulabilmesiyle kaimdir. Bu konuyu Bölüm 2'de ele alıyoruz.

şeyden edinilen malzemeye artık bağımlı değildir. Bu nedenle, akıl, muhakeme etkinliği içerisinde bu nesneyi farklı cihetlerinden tutarak çevirebilir. Aklın *a posteriori* nesneyi farklı cihetlerinden tutabilme imkânı, nesneyi söz konusu bu cihetler itibariyle çevirebilme imkânıdır.

Şimdi *a posteriori* nesne ve görüsel karşılık üzerine ifade ettiğimiz bu görüşler ışığında *Sinn*, *Bedeutung* ve transandantal *Schein* kavramlarını karşılıklı bağıntılarını göz önüne alarak belirlemeye çalışalım.

1.2. Kant'ın Düşünce Sistemi İçerisinde *Sinn, Bedeutung ve Schein*

Öncelikle *a posteriori* bir nesnenin düşünceye konu edilmesini temin eden sevkedici düşünme faaliyetine ait bir yargıyı ele alalım. Böyle bir yargı içerisinde kavranılan *a posteriori* nesne, nesneyi kavrayan kavramın *Bedeutung*'udur. Bir kavramın *Bedeutung*'undan ancak bir yargı dahilinde söz edilebilir. Yargıdan bağımsız bir *Bedeutung*'tan bahsetmek mümkün değildir. ***Bedeutung* terimiyle Kant'ın transandantal düşüncesinde anlaşılması icap eden, "bir yargı içerisinde kavramın kapsadığı ve görüsel karşılığın terkibi üzerinden tesis edilebilme imkânına sahip bulunan nesne"dir.**

A posteriori bir nesnenin düşünceye konu edilmesini temin eden bir yargı içerisinde kavramın *Sinn*'i, yargı içerisinde kavram vasıtasıyla tutulan *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığını tesis etmek üzere, görüde (muhayyile yetisinin faaliyeti neticesinde) görselleştirilmiş bulunan hissi (hissetme yetisi vasıtasıyla edinilmiş bulunan) malzemedir. Kant, bir kavrama *Sinn* tayininin ancak görüsel karşılığın tesisiyle mümkün olduğunu ifade etmektedir;[44] ancak kavramın *Sinn*'iyle kastedilen, görüsel karşılığın kendisi değildir. Görüsel karşılık, hissetme yetisi vasıtasıyla edinilen malzeme ile bu malzemenin hissetme yetisi içerisinde icmal edilmesini temin eden uzay ve zaman formlarının yanı sıra, müdrike ve akıldan gelen ve

44 A51.

muhayyile vasıtasıyla temsillere giydirilen unsurları barındırır. Bir kavramın *Sinn*'iyle, mevcut görüsel karşılıktan, düşünme yetisine, muhayyileye ait belirlenimleri ve görü itibarıyla hissetme yetisinin formlarına ait belirlenimleri soyutlandıktan sonra geriye kalan ve hissetme yoluyla edinilmiş bulunan malzeme anlaşılmalıdır. Bir kavramın *Sinn*'e sahip olabilmesi, görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilmiş bir *a posteriori* nesnenin kavranmış olmasıyla mümkündür. ***Sinn*** **terimiyle Kant'ın transandantal düşüncesinde anlaşılması icap eden, "kavramın kapsadığı nesnenin, görüsel karşılığının terkibi üzerinden sahip bulunduğu hissi yan"dır.**

Akıl tarafından, bir nesnenin, muhakeme faaliyeti içerisinde meşru olarak (transandantal anlamda *Schein*'a düşmeksizin) çevrilebilme imkânına sahip olmasının zemininde, söz konusu nesnenin *çevrilemez* bir yana sahip olması, yani tesis ve idrakinde hissetme yetisi vasıtasıyla edinilen malzemenin bulunması gerekir. Çevrilemez bir yana sahip olarak terkip ve idrak edilmiş bulunan bir nesne üzerinden yürütülen muhakeme faaliyeti meşrudur. Akıl, akıl çıkarımlarının zemininde yer alan ideaları, bir *Sinn'e* sahip olmadıkları halde, müdrikenin saf kavramları olan kategoriler vasıtasıyla sanki bir *Bedeutung*'muş gibi kavrayarak, bu idealar üzerinden muhakeme yapabilmektedir. Kant'ın transandantal *Schein* kavramının zemininde aklın bu faaliyeti yer almaktadır. Aklın, görüde bir karşılığa (ve dolayısıyla *Sinn*'e) sahip olma imkânı bulunmayan transandantal ideaları düşünceye konu etmesi ve muhakemeye tabi tutması transandantal *Schein*'dan ibarettir. Sonuç olarak, **transandantal *Schein* terimiyle Kant'ın transandantal düşüncesinde anlaşılması icap eden, "aklın bir *Sinn*'e sahip olma imkânı bulunmayanı, sanki bir *Bedeutung*'muş gibi kavrayarak muhakemeye tabi tutması"**dır.

1.3. Frege'nin Düşünce Sistemi İçerisinde *Sinn, Bedeutung ve Schein*

Terkip olunanın bir *Sinn*'inin bulunması ve terkip edilen üzerinden bir *Bedeutung*'un kavranılması, ortaya koymaya çalıştığımız gibi transandantal düşüncenin asli unsurlarıdır. Frege, esas itibariyle Kantçı bir çizgiyi koruyarak, transandantal düşüncede görüsel karşılığın terkibi üzerinden bir manaya sahip olan bu tabirleri, dilsel karşılığın (işaretlerin) terkibi üzerinden tekrar etmektedir.[45]

Bedeutung tabiriyle Kant'ın sistematiği içerisinde anlaşılması icap eden, "kavramın (görüsel karşılığın terkibi üzerinden) kavradığı nesne"dir. Frege'nin sistematiği bakımından ise "işaretin terkibi üzerinden kastedilen nesne"dir. *Sinn* tabiriyle Kant'ın sistematiği içerisinde anlaşılması icap eden, "görüsel karşılığın terkibi üzerinden kavranılanın hissi ciheti"dir. Frege'nin sistematiği bakımından ise "işaretin terkibi üzerinden kastedilenin düşünsel ciheti"dir.

Mesela Frege (önermenin temsili olan) dilsel karşılığın *Bedeutung*'undan doğruluk değeri olarak söz ediyor. Önermenin terkibi üzerinden tesis ve idrak edilen tümel nesne olarak doğruluk, bu manada, dilsel karşılığın (önermenin terkibi üzerinden) sahip olduğu *Bedeutung* olarak tabir edilebilir. Frege (önermenin temsili olan) dilsel karşılığın *Sinn*'i ise düşüncedir diyor.[46] Burada kastettiği, önermenin tesis cihetinden kendisine dayandığı, sevke tabi idrak fiilidir. Bu itibarla, terkip olunan dilsel karşılığın *Sinn*'i, kavranılanın hissi ciheti değil, tam tersine (bir akıl yargısı olması itibariyle) düşünsel ciheti olmak durumundadır.[47]

Sinn ve *Bedeutung* tabirlerinin bu manaları esas alındığında, bir önerme hissi cihete sahip olma imkânına sahip

---

45 Frege'nin söz konusu kavramlar hakkındaki görüşleri için *bkz. G. Frege, 1892 [1].*

46 G. Frege (1918-1923).

47 Almancada *Sinn* sözcüğünün iki anlamlılığı bu imkânı vermektedir. Almanca-Türkçe Büyük Lûgat (A. Denker ve B. Davran, Kanaat Kitabevi, c. 3) *Sinn*'in bazı anlamlarını şu şekilde veriyor:
Sinn m.-(e)s. –e.1. *hassa* (duyu) 2. (*Bedeutung mân.*) mânâ (anlam) 3. ... (*Verstand mân*) akıl; ... (*Gedanke mân.*) düşünce fikir; ... (*Meinung mân.*) telâkki, kanaat.

bir nesnenin kavranıldığı bir yargıya dayanmadığı takdirde *Schein*'dan ibarettir. Bir başka deyişle, dilsel karşılığı *Schein* olmaktan çıkaran yalnızca düşünsel bir ciheti haiz olması değil, söz konusu düşünsel cihetin (sevke tabi yargının) zemininde hissi cihete sahip bulunan bir nesnenin kavranılabilme imkânının yer almasıdır. Kant'a göre, transandantal manada *Schein*'ı ortaya çıkaran, dilsel karşılığın imkânları üzerinden, hissi karşılığa sahip olma imkânı bulunmayan bir nesnenin (bir ideanın) tutuluş cihetinin, hissi karşılığa sahip olanın tutuluş cihetlerine (saf kavramlara) sevkinin akli bir karşılık olarak tesis olunmuş kabul edilmesidir. Oysa bu suretle, hissi bir cihete sahip bir nesnenin idrakini temin eden (sevke tabi) bir yargının tesisi mümkün olmadığından, böyle bir yargıya dayanan bir önerme de tesis olunamamaktadır. Bir önermeyi *Schein* olmaktan çıkaran da kendisine binaen tesis edildiği bir yargının olmasının imkânıdır. Söz konusu dilsel karşılık, bu itibarla, tesis cihetinden boştur.

Sonuç olarak, Frege'nin sistematiği içerisinde, bir ifadenin (işaretin) terkibi, ifadenin *Sinn*'i ve (bu *Sinn*'e istinaden) ifade vasıtasıyla kastedilen nesne ile Kant'ın çerçevesi içerisinde, görüsel karşılığın terkibi, (nesnenin) görüsel karşılık üzerinden sahip bulunduğu *Sinn* ve görüsel karşılığın terkibi üzerinden tesis ve idrak edilen tikel *a posteriori* nesne arasındaki bağıntı, farklı (nesnenin, görüsel karşılığın, yargının, önermenin ve dilsel karşılığın ait olduğu) mekânlar arasındaki geçişler berraklaştırılmak suretiyle karşılaştırılabilir. Bu itibarla da Kant'ın sistematiği bakımından eksikliğini ortaya koymaya çalıştığımız hususlar, Frege'nin sistematiği için de bağlayıcı olacaktır.[48]

---

48 Bir örnek vermek icap ederse, Frege, kavram ile dilsel bir karşılıkta yüklem konumundaki işaret vasıtasıyla kastedilen nesneyi anladığını ifade eder (G. Frege (1892 [2]): Dipnot 1). Kavram ile dilsel karşılıkta özne konumundaki işaret vasıtasıyla kastedilen nesne arasındaki bağıntının tersine çevrilemeyecek bir bağıntı olduğunu belirtir (G. Frege, *a.g.e.*, s. 194), ancak bunun nedeni hakkında bir görüş beyan etmez. Kanaatimizce, bu tersine çevrilemezliğin zemininde tümel nesne ile tikel nesne arasındaki esasa dair bağıntı yer almaktadır. Tümel nesnenin kuruluşu ve içsel olanın dışsal olana önceliği konusunu Bölüm 2'de ele alıyoruz.

2

A posteriori Nesnelerin Bireysel Bütünlüğünün Sentetik (Terkibi) Kuruluşu

Özet

Bir önceki bölümde, Kant'ın Birinci Kritik'inde örtük olarak yaptığı nesne-görüsel karşılık ayrımına dayanarak, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte kurulan ve kavranılan nesne olduğunu öne sürmüştük. Bilindiği gibi Kant, yöntemi gereği, tecrübede ortaya çıkanı esasa almakta ve farklı terkip biçimlerinin sınıflandırılmasını tecrübenin teşrihinden hareketle gerçekleştirmektedir. Öte yandan, Kant bu teşrihi gerçekleştirirken işe görüde birer bütün olarak terkip edilmiş ve kavranılmış görüsel karşılıklardan başlamaktadır. Dolayısıyla görüsel karşılıkların sahip olduğu bu bireysel bütünlüğü aşikâr olarak kabul etmekte ve bu bireysel bütünlüğün transandantal zemini hakkında bir araştırmayı ihmal ve hatta iptal etmektedir. Bu bölümde ortaya koymaya çalıştığımız gibi, söz

konusu bu bireysel bütünlük aklın transandantal etkinliğinin bir analitiğini/çözümlemesini gerektirmektedir. Akıl, bireysel bütünlüğü haiz tikel *a posteriori* nesnenin varoluş mekânını teşkil eden tümel nesneyi kendi transandantal etkinliği vasıtasıyla kurar ve kavrar. Akıl, müdrikeye ait kategorilerce farklı cihetlerinden terkip edilen tikel *a posteriori* nesneye içsel bir tutuşla birliğini verir. Bu içsel tutuş marifetiyle de tümel bir nesne kurar.

2.1 Giriş

Bu bölümde Kant'ın Birinci Kritik'inde ortaya koyduğu ontolojik çerçevenin gerek *a posteriori*, gerekse *a priori* nesnelerin kurulması ve kavranılmasını kuşatmakta yetersiz kaldığını göstermeye çalışacağız. Aynı yetersizlik nesnenin sevkedici düşünme etkinliğine sunulmasının zemininin kuşatılması konusunda da devam etmektedir. Kanaatimizce bu eksikliğin kaynağı, Kant'ın kendi ontolojisini aklın transandantal etkinliğini görmezden gelerek ve hatta iptal ederek kurmasından ileri gelmektedir. Kant, aklın transandantal etkinliğinden ve bu etkinliğin muhayyileyle bağıntısından söz dahi etmemektedir. Kant'ın belki de en büyük yanılgısı, aklın, tümel nesne ile tikel nesne arasında mevcut içsel bütün-parça bağıntısının kurulmasında ve kavramasındaki işlevini göz ardı etmesidir. Bu suretle, aklın söz konusu içsel cihete nüfuz etme olanağı da yok sayılmış olmaktadır. Bu bölümde ortaya koymaya çalışacağımız gibi, tümel nesnenin kuruluşu ve kavranılışı açıklığa kavuşturulduğunda, dışsal bağıntıların ayırt edilmesinin zemininde içsel olanın yer aldığı ve içsel olanın dışsal olanda ne anlamda tezahür ettiği anlaşılabilecektir. Söz konusu içsel cihet dikkate alınmadığı sürece, ne Kant'ın mevcut dizgesinde ne de bu dizgenin transandantal düşüncenin ilkelerine dayanarak derinleştirilmesi yoluyla nesnelerin kuruluşunun mahiyeti layıkıyla anlaşılacaktır.

2.2. Kant'ın Yönteminin Genel Esasları

Kant, bilindiği gibi, Birinci Kritik'inin hedefini, sentetik yargıların nasıl *a priori* mümkün olduğunun araştırılması olarak belirlemiştir. Sentetik *a priori* bir yargının imkânına dair bir inceleme, bu yargı vasıtasıyla idrak edilen ve bu yargının dayanmak durumunda olduğu *a priori* nesnenin tesisinin nasıl mümkün olduğunu belirlemekle mükelleftir. Ancak Kant'ın araştırması *a priori* nesnenin tesisi sorusunu merkeze almamakta ve bu soruyu bir cevaba bağlamakta yetersiz kalmaktadır. Bu yetersizliğin ortaya çıkmasının sebebi, Kant'ın metafiziğin bir bilim haline getirilmesi kaygısında ve bu kaygıya uygun olarak tespit ettiği inceleme yönteminde yatmaktadır.

Kant, kendisinden önceki metafizikçilerin icra ettiği haliyle metafiziği, tecrübeyi aşan nesnelere dair[1] muhakemelerini ancak *a posteriori* nesnenin tesis edilmesinde (yani hissetme yoluyla edinilen temsillerin idrak edilmesinde) rol oynayan saf kavramları kullanarak yürüten ve bu nedenle muhakemelerinin neticeleri transandantal manada *Schein*'dan ibaret olan bir düşünme faaliyeti olarak görmektedir. Bu suretle anlaşılan metafiziksel düşünme faaliyetini, spekülatif olan yanından arındırmak ve bir bilim olarak tesis etmek gerekir. Bunun başarılabilmesi ise, metafizikçilerin, konu olarak aldıkları ve tecrübenin imkânlarını aşan nesnelere dair muhakemelerini yürütürken kullanmakta bir beis görmedikleri kavramların, *a posteriori* nesnenin tesis edilmesinden başka bir kullanım imkânına sahip olmayan saf kavramlar olduğunu göstermekten geçmektedir. Bu hedefi gerçekleştirmek üzere Kant'ın belirlediği yöntem, ampirik tecrübeyi teşrih ederek (Alm. *Zergliederung*)[2] söz konusu saf kavramları belirlemek ve bu kavramların ampirik tecrübe haricinde bir uygulama imkânının bulunmadığını ispat etmektir. Bu ispat neticesinde

1 Kant bu haliyle metafiziğin konusunu Tanrı, özgürlük ve ölümsüzlüğün teşkil ettiğini öne sürer (BXXX).

2 Kant'ın Birinci Kritik'te kullandığı bu yöntemin *a posteriori* olanın bir analitiğine dayandığına dair görüşün Schopenhauer tarafından ifade edildiğini bana ileten meslektaşım Nur Ateş'e teşekkür ediyorum. Schopenhauer'un Kant yorumuna dair ayrıntılı bir değerlendirme için bkz. N. Ateş (1997).

Kant, spekülatif metafiziğin düşünsel ürünlerinin neden transandantal manada *Schein*'a sebebiyet verdiğini göstermeyi ve mümkün tecrübeyi aşan nesnelere dair akıl yürütürken kullandıkları kavramları metafizikçilerin elinden almayı ummaktadır.

Kant'ın benimsediği bu yöntem, yani tecrübeyi mümkün kılan ya da *a posteriori* nesnenin ve tecrübe içerisindeki karşılığının tesis edilmesinde rol oynayan saf unsurları belirlemek üzere ampirik tecrübenin ya da *a posteriori* olarak verili olanın bizzat kendisini teşrih etme yöntemi, gerçekleştirmek istediği hedef açısından uygun görünmektedir. Nitekim Kant, ampirik tecrübenin teşrihi yoluyla, saf idrakin unsurlarını (müdrikeye ait saf tasavvurlar olarak kategorileri) belirleyebilmiştir. Ayrıca bu saf unsurların hissetme yetisi yoluyla edinilen temsillere uygulanmasına (temsillerin idrak edilmesine) imkân sağlayan öznel yetileri (algılayanın kendini idrakini temin eden transandantal fiil, muhayyile ve hissetme) ve bu yetilerin faaliyetlerini birbirinden ayırt etmeyi başarmıştır. Ancak söz konusu bu yöntemin beraberinde getirdiği son derece önemli kısıtlar vardır. Tecrübenin teşrihi yoluyla, sentetik *a priori* yargıların varlığı belirlenebilir, bu yargılarda mevcut saf tasavvurlar tespit edilebilir ve bu yargıların icra edilmesini sağlayan öznel faaliyet açıklığa kavuşturulabilir; ancak sentetik *a priori* yargıların dayandığı *a priori* nesnenin tesisinin nasıl mümkün olduğu ortaya konulamaz. Gerek idrakin kendiliğinden faaliyetine esas teşkil eden *a priori* nesnenin, gerekse idrakin sevke tabi faaliyeti yoluyla kavranılan *a priori* nesnelerin tesis edilmesinin matematiğin ve fiziğin birer bilim olarak kurulabilmeleri için esas teşkil ettiği düşünülürse, Kant'ın, bir yandan metafiziği spekülatif yanından arındırırken, bir yandan da matematiği ve fiziği birer bilim olarak kurma hedefi, kendi belirlediği yöntem dolayısıyla imkânsız hale gelmektedir.

2.3. Analitik *a posteriori* Yöntem

Kant'ın Birinci Kritik'inin temel problemi, Kant'ın kendi ifadesiyle, sentetik *a priori* yargıların nasıl mümkün olduğuna

dair bir araştırmadan ibarettir.[3] Bu araştırmanın amacına ulaşabilmesi, Kant'a göre, tecrübeyi mümkün kılan transandantal (öznel) yetilerin ve bu yetilere ait *a priori* unsurların belirlenmesini gerektirmektedir. Kant, tecrübeyi mümkün kılan *a priori* yetileri ve bu yetilere ait saf unsurları belirlerken bizzat tecrübenin kendisinden hareket eder. Birinci Kritik'in kompozisyonu nedeniyle, bazı bölümlerde ruha (Alm. *Gemüt*) ait yetileri ya da bu yetilere ait saf unsurları baştan kendisi vazediyormuş gibi görünse de tüm bu yetilere ve unsurlara tecrübenin, yani *a posteriori* olanın bir teşrihini (Alm. *Zergliederung*) yaparak ulaşmıştır. Kant'ın bu teşrihi yaparken kullandığı muhakeme tarzı, "Şayet şu *a priori* form, kavram ya da yeti olmaz ise, tecrübemiz şu ya da bu biçimde verildiği gibi olmazdı," şeklindedir. Kant, düşünme ve hissetmenin birbirinden ayrı yetiler olarak tespit edilmesi gerektiğini; hissetme yetimizin *a priori* uzay ve zaman formlarına sahip olduğunu; hissetme yoluyla edinilen temsillerin terkip edilmesinin zorunluluğunu; dolayısıyla bu terkip faaliyetini gerçekleştirecek bir muhayyile yetisinin mevcut olduğunu; farklı terkip kalıplarını; her bir terkip kalıbının sahip bulunduğu birliğin bir kaynağı olması gerektiğini; bu kaynağın ancak kaynak teşkil eden (Alm. *Original*) bir idrak fiili olabileceğini; tecrübeye bütünlük kazandıran ideaları; tüm bu hususları, yukarıda ifade edilen bu muhakeme tarzını uygulayarak, yani tecrübemizde *a posteriori* olanı teşrih ederek ortaya koymuştur. Kant'a göre tecrübe (Alm. *Erfahrung*), sentetik *a posteriori* yargılarımızın tesis ve idrak ettiği *a posteriori* nesnelerin (Alm. *Objekt*) görüsel karşılıklarının (Alm. *Gegenstand*), görünün (Alm. *Anschauung*) bütünü içerisinde *canlandırılmasından*[4] ibarettir.

Kant, saf idrakin unsurlarını (müdrikeye ait saf tasavvurlar olarak kategorileri) tecrübenin teşrihi vasıtasıyla belirleme yolunu seçmiştir. Ayrıca bu saf unsurların hissetme yetisi yoluyla edinilen temsillere uygulanmasına (temsillerin idrak edilmesine) imkân sağlayan öznel kaynakları ve yetileri (algılayanın kendini idrakini temin eden transandantal fiil ile his-

---

3 B19.

4 Canlandırma aslen muhayyile yetisinin icra ettiği transandantal bir fiildir.

setme yetisi ve muhayyile) ve bu yetilerin faaliyetlerini tespit etmeyi gerekli görmüştür.

Bu noktada sorulması icap eden iki ayrı soru vardır. Bu sorulardan ilki, Kant'ın söz konusu teşrihinin ne ölçüde tam olduğudur. İkinci soru ise, bu teşrih neticesinde belirlenen unsurlardan hareketle tecrübenin tesisinin ne ölçüde gerçekleştirilebileceğidir.

Daha önce de ifade ettiğimiz gibi, söz konusu bu yöntemin beraberinde getirdiği birtakım kısıtlar, *kendiliğinden* idrak fiilleri olarak, sentetik *a priori* yargılar vasıtasıyla tesis ve idrak edilen *a priori* nesnenin ve sentetik *a posteriori* yargılar vasıtasıyla tesis ve idrak edilen *a posteriori* nesnenin mahiyetine dair bir derinleşme çabasından Kant'ı uzak tutmuştur. Bu bölümdeki amacımız, Kant'ın açıklığa kavuşturmakta yetersiz kaldığı bu konularda daha fazla derinlik temin edecek bir araştırmayı gerçekleştirmektir; *a priori* ve *a posteriori* nesnelerin, hangi yetiler vasıtasıyla, nasıl tesis edildiklerini ve hangi mekânda var olduklarını araştırmaktır. Dolayısıyla ele almayı hedeflediğimiz konuları şu şekilde belirleyebiliriz:

1. *A posteriori* nesne ile görüsel karşılığının tesisi
2. Görüsel karşılıkların mekânı olarak görünün bütününün tesisi
3. *A priori* nesnenin tesisi

Hem *a posteriori* nesnenin hem de görüsel karşılığının nasıl tesis ve terkip edildikleri bu bölüm içerisinde, *a priori* nesnenin tesis ve idraki ise daha sonraki bölümlerde etraflıca ele alınacaktır. Şu anda, görünün bütününün tesisi konusuyla ilgili bir noktaya temas etmeyi yararlı buluyoruz.

Görüsel karşılıkların mekânını teşkil eden "görü"yle dışsal hissin formu olan "uzay"ı kastetmemekteyiz. Görü, hissetme yoluyla edinilen temsillerin mekânı değildir. Hissetme yetisi yoluyla edinilen temsiller, içsel ve dışsal hissin formlarına (içsel hissin formu olan zamana ve dışsal hissin formu olan uzaya) tabi olarak mevcudiyet kazanırlar. Bu uzayda mevcut olan temsiller, müdrike, akıl ve muhayyileden gelen belirlenimleri taşımazlar. Burası, görüye ve görüsel karşılıklara, içsel his, dü-

şünme ve muhayyile tarafından katılan unsurların soyutlanması neticesinde tespit edilebilen uzaydır. Görüsel karşılıkları barındıran görü, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden ilk düşünme fiili ile muhayyilenin ortak faaliyeti yoluyla *a priori* bir bütün olarak tesis edilen, muhayyile ve düşünme yetilerinden gelen belirlenimleri taşıyan bir mekândır.[5] Görünün mahiyeti ve *a priori* bir bütün olarak nasıl tesis edildiği, Kant'ın Birinci Kritik dahilinde ihmal ettiği bir konudur ve bu bölüm içerisinde tekrar ele alınacaktır.

Kant, Birinci Kritik'in kompozisyonu içerisinde, hem görünün bütününün hem de görüsel karşılıkların tesisine dair araştırmasına transandantal estetikle başlamıştır. Transandantal estetik, hissetme yetisine ait bulunan saf unsurların (dışsal ve içsel hissin *a priori* formları olarak uzay ve zamanın) metafiziksel ve transandantal cihetten teşhirlerini (Alm. *Darstellung*) içerir. Ancak bu teşhirlerin yapılabilmesi, yani hissetme yoluyla edinilen malzemenin,[6] bir başka deyişle, düşünme yetisi tarafından belirlenmemiş olan tezahürlerin (Alm. *Erscheinung*) soyutlanması ve hissetme yetisine ait saf unsurların belirlenmesi, en başta, düşünme ve muhayyile yetilerinin faaliyeti yoluyla görüsel karşılıklara katılan unsurların soyutlanması neticesinde mümkün olabilir. Düşünme yetisine ait söz konusu unsurların soyutlanması ise ancak hem aslen müdrike yetisine ait olan ve ampirik olana zorunlu olarak uygulanan unsurların (müdrikenin saf kavramlarının) hem de akıl tarafından tecrü-

5 *A posteriori* nesnelerin görüsel karşılıklarının mekânını oluşturan görü, içsel hissin zaman formundan ve muhayyilenin (zamanın saf belirlenimlerinden ibaret olan) kalıplarından gelen unsurları barındıran bir mekândır. Dolayısıyla dışsal görü, hissetme yetisinin transandantal cihetten teşhiri neticesinde tespit edilmiş bulunan yanyanalık bağıntısının belirlediği bir mekân değildir. Bu mekân, tesisinde zamansal belirlenimlerin de rol oynadığı bir mekândır. Bu durumda, uzayın asli bağıntısı olan yanyanalık bağıntısı, aynı anda ya da art arda olma bağıntısıyla birlikte canlandırıldığında görüsel karşılıkların mekânını oluşturabilmektedir. Bir başka deyişle, görümüzde ortaya çıkan a posteriori nesnelere ait görüsel karşılıkların parçalarının yanyanalığı, bu parçaların aynı anda bir arada bulunmaları olgusundan bağımsız olarak kavranamaz.

6 Bu malzeme, kendinde-şeyle karıştırılmamalıdır.

beye katılan unsurların[7] belirlenmiş olmasını gerektirmektedir. Kant bu unsurları kısmen[8] Birinci Kritik'in Transandantal Mantık bölümünde belirlemiştir.[9] Dolayısıyla transandantal mantığın transandantal estetiğe bir önceliğinin olması gerekir. Transandantal dedüksiyon olmaksızın, Kant'ın Transandantal Estetik'te söylediklerinin bir anlamı olamaz. Birinci Kritik'in bölümlerinin Transandantal Estetik'e öncelik verecek biçimde düzenlenmiş olması, Transandantal Estetik'teki metafiziksel ve transandantal cihetten teşhir edilmelerinin ve bu teşhirler sonrasında varılan sonuçların anlaşılmasını zorlaştırmakta ve yanlış anlamalara neden olmaktadır. Bu yanlış anlamaların başında da görüsel karşılıkların mekânı olan görü ile tezahürlerin formu olan uzayın birbirine karıştırılması gelmektedir. Bu nedenle, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığının mekânının belirlenmesinde transandantal estetik yerine, transandantal mantığa[10] öncelik verilmelidir.

Üzerinde önemle durulması gereken bir başka nokta ise, görünün bütününün tesisi ile görüsel karşılıkların terkip ve

7 Kant'a göre akıl, tecrübenin oluşumunda tesis edici bir işleve sahip değildir. Ancak Kant'ın bu konudaki görüşlerine biz katılmamaktayız. Aklın, tecrübenin tesisinde oynadığı rolü, bu bölüm içerisinde açıklığa kavuşturmaya çalıştık.

8 "Aklın transandantal fiillerini dışlayarak" anlamında. Bu ifade bu bölüm içerisinde açıklığa kavuşturulacaktır.

9 A 95-A130 ve B129-B169.

10 Kant'a göre, transandantal mantık, müdrikenin kendiliğinden fiillerinde mevcut olan saf kavramları tam ve eksiksiz olarak teşrih etme ayrıcalığının yanı sıra bu saf kavramların yargı yetisi yoluyla sevke tabi tutulabileceği alanın sınırlarını da belirleme imkânına sahiptir. Transandantal mantığın transandantal analitik bölümü, müdrikenin saf kavramlarının belirlenmesini (kavramların analitiği), bu saf kavramların tecrübeyi mümkün kıldıklarının ispat edilmesini (transandantal dedüksiyon), müdrikenin saf kavramlarının hissi olana uygulanabilme vasıtalarının (şematizm) ve uygulama ilkelerinin belirlenmesini (ilkelerin sistemi) içermektedir. Kant'a göre akıl, görüsel karşılıkların idrakini mümkün kılan unsurların bir bölümünü barındıran bir yeti değildir. Aklın faaliyeti, Kant'a göre, müdrike yoluyla kavranılan nesneler üzerinden yürüttüğü muhakemelerden ibarettir. Bu nedenle Kant, akla ait saf unsurları (aklın idealarını), muhakeme biçimlerinin tasnifinden yararlanarak belirleme yoluna gider. Akıl, Kant'a göre, tecrübenin tesisini mümkün kılan bir yeti olmadığından, aklın tecrübeye ilişkin olarak kullanımı "tesis edici" değil, "düzenleyici" olmak durumundadır. Aklın "tesis edici" kullanımı, Kant'a göre, *Schein'a* yol açtığından, aklın faaliyeti transandantal analitiğin değil, transandantal diyalektiğin konusuna girmektedir.

tesisinin ayrı ayrı ele alınmak durumunda olmasıdır. Kant'ın da tespit ettiği gibi,[11] görüsel karşılıkların terkip ve tesis edilmesi, görünün bütününün tesis edilmesini ve tezahürlerin bu bütün içerisinde bir yakınlık ve alakayı haiz olmalarını gerektirmektedir. Dolayısıyla görünün bütününün tesisinin öncelikle ele alınması zorunludur. Görünün bütünü içerisinde mevcut olan tezahürlerin bir yakınlık ve alakayı haiz olmaları, bu bütünün parçalarına önceliği olmasıyla mümkündür. Görünün bütününün *a priori* olarak tesis ve idraki, görü mekânında mevcut olan unsurların bu *a priori* bütüne binaen bir bağıntı içerisinde bulunmalarını temin eder. Tezahürlerin, görünün bütününe binaen bir yakınlık ve alakayı haiz olmaları, *a posteriori* nesnenin bireysel görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve tesis edilmesinin zemininde yer almaktadır. Dolayısıyla görünün bütününün tesisi, bütün-parça ilişkilerinin mahiyetini izah edecek bir biçimde açıklanmak durumundadır.

Kant, yukarıda belirttiğimiz gibi, görünün bütününün tesisinin ontolojik bakımdan önceliğini, görüsel karşılıkların terkip ve tesisinin, zorunlu olarak tezahürlerin yakınlık ve alakaya sahip olmalarını gerektirmesinden hareketle tespit etmiştir. Kant'ın benimsediği yöntem itibariyle, görüsel karşılıkların terkip ve tesisinin *a priori* zemininin belirlenmesine dair bir araştırmaya öncelik verilmelidir. Bu bölümde, Kant'ı izleyerek, *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının terkip ve tesisini mümkün kılan yetilerin ve bu yetilere ait *a priori* unsurların belirlenmesini öncelikle ele alacağız. Bu inceleme bizi, görünün bütününün tesisi problemiyle karşı karşıya getirecektir.[12]

---

11 Kant, muhayyilenin yeniden üretici terkiplerinin zemininde, terkip edilecek olan unsurların bir yakınlık ve alakayı haiz olmalarını temin edecek *a priori* bir zemin olması gerektiğini Transandantal Dedüksiyon'da ifade etmektedir (A100-1).

12 *A posteriori* nesnenin tesis ve idrak edilmesinde aklın yüklendiği rol, bu bölüm içerisinde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

2.4. Algının ve Görüsel Karşılığın Terkibi[13]

A posteriori nesne, sentetik *a posteriori* bir yargı vasıtasıyla tesis ve idrak edilen nesnedir. *A posteriori* nesne, görüsel karşılığıyla birlikte mevcuttur. *A posteriori* nesnenin tesisinin görüsel karşılığının tesisiyle birlikte ele alınması zorunludur. Bu da hem *a posteriori* nesnenin mekânının hem de *a posteriori* nesnenin karşılığının mevcut olduğu görü mekânının tesisine dair bir araştırmayı gerektirmektedir. Bu araştırmayı gerçekleştirmek üzere şimdi muhayyilenin *a posteriori* nesnenin kuruluşundaki işlevini daha ayrıntılı olarak inceleyelim.

Muhayyile gör(ü)selleştirme işlevini, düşünme yetisi vasıtasıyla idrak edilen *a posteriori* nesneye bir *resim* (Alm. *Bild*) tayin ederek gerçekleştirir. Söz konusu resim, muhayyilenin gerçekleştirdiği terkip fiilinin kalıbına (şemaya) dayanarak üretilir. *A posteriori* nesne ile görüsel karşılığı, bu resim vasıtasıyla, müdrikenin ve muhayyilenin ortak faaliyetiyle birlikte idrak edilir. Ancak burada belirtmemiz gerekir ki, nesnenin birliğinin tesisi ve bu birliğin mahiyeti açıklığa kavuşturulmadan, muhayyilenin tayin ettiği bu resmin birliği ve mahiyeti tam olarak anlaşılamayacaktır. Saf terkibin izahı nesnenin tesis ve idrakinin izahını kuşatamamaktadır.

Şimdi canlandırma faaliyetini daha ayrıntılı olarak ele alalım. Muhayyilenin hissetme yoluyla edinilen çokluyu terkip etmesinin ampirik ve saf iki yanının bulunduğunu bir önceki bölümde ifade etmiştik. Bu durumda, muhayyilenin, saf terkiplerini kendisine göre gerçekleştirdiği saf kalıplarının (Alm. *Schema*) bulunması gerekir.[14] Saf kalıplar, müdrikenin saf tasavvurlarının, tezahürlerin her bir terkibine uygulanmasını temin eden ve her bir terkipte saf çoklunun nasıl terkip edileceğini belirleyen kurallardır. Her bir kategoriye karşılık gelen

---

13 Kant, görünün bütünü dahilinde, görüsel bir karşılık olarak tesis ve idrak olunmamış tüm unsurlardan "algı" olarak söz etmektedir (A320). Biz, "görüsel karşılık" tabirini ise, herhangi bir algıyı *a posteriori* bir nesnenin görüdeki mütekabili olarak ele aldığımızda kullanıyoruz. Herhangi bir algıdan söz edebilmenin imkânının zemininde görüsel bir karşılığın tesis ve idraki yer almak durumundadır. Algıdan görüsel karşılıktan hareketle ve görüsel karşılıktan bazı düşünsel unsurların soyutlanması itibariyle söz edilebilir.

14 A141-142.

ve o kategorinin tezahürlere uygulanma imkânlarını belirleyen bir saf kalıp mevcuttur. Nesnelerin kavranış cihetleri olarak tüm kavramların, tezahürlere uygulanmalarını temin eden ve muhayyilenin yeniden üretici faaliyeti neticesinde terkip edilen *resimler* bu saf kalıpların belirlediği kurallara dayanarak oluşturulmaktadır. Bu saf kalıpların her biri, içsel hissin *a priori* bir belirleniminden ibarettir. Bu kalıplar hem içsel hissin formunun bir belirlenimi olmaları bakımından hissetmeyle edinilmiş bulunan çokluyla (tezahürlerle) hem de birer transandantal belirlenim olmaları bakımından kategorilerle *homojenlik*[15] taşımaktadırlar. Tüm gör(ü)selleştirme fiillerinin zemininde yer alan bu saf kalıplar, kendileri resmetme faaliyetinin zemininde yer alan formlar olarak, hiçbir surette resmedilemez, yani gör(ü)selleştirilemez.

Muhayyilenin faaliyeti içerisine alınan saf çoklunun terkip edilmesi, bu saf çokluya ait bileşenlerin bir kurala uygun olarak bir araya getirilmesi (Alm. *Verbindung*; Lat. *conjunctio*) demektir. Bu farklı bir araya getirme biçimleri, görüsel karşılıkların farklı cihetlerinin sahip oldukları bütün-parça ilişkilerinin zemininde yer almaktadır. Kant, görüsel karşılıkların bir teşrihini yaparak, bu bir araya getirme biçimlerini şu şekilde tasnif etmiştir:

> Alle Verbindung (conjunctio) ist entweder Zusammensetzung (compositio) oder Verknüpfung (nexus). Die erstere ist die Synthesis des Mannigfaltigen, was nicht notwendig zueinander gehört, wie z.B. die zwei Triangel, darin ein Quadrat durch die Diagonale geteilt wird, für sich nicht notwendig zueinander gehören, und dergleichen ist die Synthesis des Gleichhartigen in allem, was mathematisch erwogen werden kann, (welche Synthesis wiederum in die der Aggregation und Koalition eingeteilt werden kann, davon die erstere auf extensive, die andere auf intensive Größen gerichtet ist). Die zweite Verbindung (nexus) ist die Synthesisdes Mannigfaltigen, sofern es notwendig zueinander gehört, wie z.B. das Akzidens zu irgendeiner Subtanz, oder die Wirkung zu der Ursache, - mithin auch als ungleichartig doch *a priori*

15 A137-B176.

verbunden vorgestellt wird, welche Verbindung, weil sie nicht wilkürlich ist, ich darum dynamisch nenne, weil sie die Verbindung des Daseins des Mannigfaltigen betrifft (die wiederum in die physische der Erscheinungen untereinander, und metaphysische ihre Verbindung im Erkentnisvermögen *a priori*, eingeteilt werden, können. (B201-2-a)

Türkçesi:
Tüm bir araya getirme fiilleri (Alm. *Verbindung*; Lat. *conjunctio*), derlemekten (Alm. *Zusammensetzung*; Lat. *compositio*) ya da irtibat kurmaktan (Alm. *Verknüpfung*; Lat. *nexus*) ibarettir. Bunlardan ilki, bileşenleri zorunlu olarak birbirine ait olmayan çoklunun terkibidir. Örneğin bir karenin köşegeninden bölünmesiyle elde edilen iki üçgen birbirlerine zorunlu olarak ait değildirler. *Matematiksel* olarak alınabilecek şeylerde *homojen* olanın terkibi de böyledir. Bu terkibin kendisi de toparlama/yığma (Alm. *Aggregation*) ve birleştirme (Alm. *Koalition*) olmak üzere ikiye ayrılır. Bunlardan ilki yayılmaya ilişkin (*extensive*) ikincisi ise yoğunluğa ilişkin (*intensive*) niceliklere uygulanır. Bir araya getirmenin ikinci biçimi (*nexus*), örneğin arazın cevhere, sonucun sebebe olduğu gibi, bileşenleri *zorunlu olarak birbirine ait olan* çoklunun terkibidir. Dolayısıyla *heterojen* olmasına rağmen gene de *a priori* birleştirilmiş olarak temsil edilenin terkibidir. Ben bu bir araya getirme biçimini, tesadüfi olmadığı ve çoklunun varlığının (*existence*) rabıtasına ilişkin olduğu için *dinamik* olarak adlandırıyorum. Böyle bir irtibat da benzer biçimde, tezahürlerin birbiriyle *fiziksel irtibatı* ve tezahürlerin *a priori* bilme yetisinde *metafiziksel irtibatı* şeklinde ikiye ayrılır. (B201-2-a)

Kant'ın farklı terkip biçimlerini tasnif ederken, daha önce ifade ettiğimiz biçimde tecrübede ortaya çıkmış olanı esas aldığı ve tecrübenin teşrihinden hareketle bu tasnifi gerçekleştirdiği açıktır. Ancak Kant'ın bu teşrihi yaparken, görü mekânında bireysel birer bütün olarak terkip ve idrak olunmuş bulunan görüsel karşılıklardan hareket ettiği gözden kaçırılmamalıdır. Kant tecrübenin teşrihini yaparken, görüsel karşılıkların sahip bulundukları bu bireysel bütünlüğü aşikâr olarak kabul edip bu bireysel bütünlüğün *transandantal* zeminine dair bir araş-

tırmayı Birinci Kritik içerisinde ihmal ve hatta bütünüyle iptal etmiştir. Göstermeye çalışacağımız gibi, Kant'ın Birinci Kritik içerisinde eksik bıraktığı en temel inceleme konusu, görüsel karşılığın görünün bütününe binaen sahip bulunduğu bireysel bütünlüğün transandantal zeminidir. Burada görülmesi gereken husus şudur: Terkibe tabi olan bileşenler kendi başlarına ele alındıklarında, bu bileşenlerin her ne suretle olursa olsun bir araya getirilmeleri, bize görüsel karşılığın sahip bulunduğu bütünü veremez. Söz konusu bileşenlerin bir ve aynı bütüne ait olarak terkip olunmasının, terkip edilen bileşenlerin kendisinden gelmesi mümkün olmayan a *priori* bir zemininin bulunması icap eder. Aksi takdirde tecrübe, görünün bütününe binaen bir bireysel bütünlüğe sahip görüsel karşılıklardan oluşan haliyle idrak edilemez.

Kant, görüsel karşılıkların bireysel bütünlüğüne dair bir araştırmayı Birinci Kritik içerisinde herhangi bir şekilde ele almadığı gibi, görünün bütününü de tecrübede ortaya çıktığı haliyle aşikâr olarak kabul etmiş ve bu bütünlüğün tesis ve idrakine dair bir araştırmaya girişmemiştir. Gerek görünün bütününün, gerekse görüsel karşılıkların sahip bulundukları bireysel bütünlüklerin tesis ve idrakinin transandantal zemini ortaya konulmaksızın tecrübenin tesisine dair bir araştırmanın tamamlanması mümkün değildir.

Görüsel karşılıkların muhayyilenin yeniden üretici faaliyeti neticesinde canlandırılmış oldukları dikkate alındığında, söz konusu bütünlüklerin canlandırılmasında muhayyilenin bir *bireyselleştirme* fiili icra etmek durumunda olduğu ortaya çıkmaktadır. Muhayyile bu *bireyselleştirme* fiilini icra ederken hangi zemine dayanmaktadır? Bu sorunun cevabının verilebilmesi, muhayyile yetisi ile düşünme yetisi arasındaki bağıntının anlaşılabilmesiyle mümkündür. Muhayyile yetisi ile düşünme yetisi arasındaki bağıntının mahiyetini, görünün bütününün tesisine dair bir araştırmayı içeren bir sonraki bölümde ele alacağız.

2.5. *A priori* Bir Bütün Olarak Görünün Tesisi

Görünün bütünlüğünün mahiyetinin ve transandantal zemininin belirlenmesine dair bir inceleme, esas itibariyle, tecrübenin bütünlüğünün ve bu itibarla da tecrübe edinenin bütünlüğünün mahiyetine ve transandantal zeminine dair bir inceleme olmak mecburiyetindedir. Nihayetinde görü, tecrübe edinen Ben'e aittir ve görünün bütünlüğü tecrübe edinen Ben'in bütünlüğü tarafından kuşatılmaktadır. Dolayısıyla görünün bütününün tesisini Saf Ben'in (Alm. *Reine Apperzeption*) tesisi problemiyle birlikte ele almak icap eder.

Kant, Saf Ben'in algılayanın kendini idrak etmesini temin eden ve kaynak teşkil eden transandantal bir fiil neticesinde tesis olunduğunu ifade etmektedir.[16] Kant'a göre, bu transandantal fiil uzay ve zamana saf nesnel birliğini temin eder. Ancak Kant, tecrübenin tesisinin kuşatılabilmesi bakımından son derece mühim olan bu transandantal fiilin ayrıntılı bir analitiğine Birinci Kritik dahilinde girişmemiş, konuyu neredeyse sadece birkaç cümleyle geçiştirme yoluna gitmiştir. Oysa Saf Ben'in ve görünün tesisinin mahiyetinin anlaşılabilmesi ancak bu kaynak teşkil eden fiilin etraflı bir analitiğinin yapılmasıyla mümkün olabilecektir. Bu bölüm içerisindeki amacımız, Kant'ın büyük oranda ihmal ettiği bu analitiği, transandantal düşüncenin ilke ve kurallarına sadık kalarak ortaya koymaya çalışmaktır.

Kant'a göre, uzay ve zamana saf nesnel birliğini vererek, uzay ve zaman formlarına tabi olan tezahürlerin bir yakınlık ve alakayı haiz olmalarını temin eden, öte yandan da muhayyile yetisinin gerçekleştirdiği terkiplere birliğini veren *a priori* zemin, algılayanın kendini idrak etmesini sağlayan bu transandantal fiildir.[17] Kant'a göre Saf Ben, bu transandantal fiil neticesinde bir mekân olarak tesis edilmektedir.[18] Ancak algılayanın kendini idrak etmesini temin eden bu transandantal fiilin, Saf Ben'in tesisini, başka bir yetiye (bilhassa muhayyile yetisine) ihtiyaç duymaksızın gerçekleştirebilmesi ne ölçüde doğrudur?

---

16 A116.
17 A112-3.
18 A123-4.

Söz konusu transandantal fiil, uzay ve zamanı bir birlik içerisinde tutarak dışsal his vasıtasıyla edinilenin bir bütün içerisinde tutulmasını temin eden ve kaynak teşkil eden bir düşünme fiilidir. Bir başka deyişle, düşünme yetisini faal kılan ve hissetme yetisiyle temas etmesini temin eden, ilk -tüm düşünme faaliyetine kaynaklık eden- düşünme fiilidir. Ancak Kant'ın Birinci Kritik'in Transandantal Dedüksiyon bölümünde ortaya koyduğu şekliyle, düşünme yetisinin hissetme yetisiyle doğrudan teması kabil olmadığından, bu transandantal düşünme fiilinin de hem düşünme yetisiyle hem de hissetme yetisiyle homojenlik taşıyan bir ara yeti olarak muhayyile üzerinden nihayetleniyor olması icap eder. Dolayısıyla Saf Ben'in ve Saf Ben'e ait görünün bütününün tesis edilişinde, Kant'ın hiç temas etmediği bir hususun ifadesi olarak, muhayyile yetisinin dahli zorunludur. Esasen Saf Ben'in ve Saf Ben'e ait bulunan görünün tesisi, düşünme yetisinin muhayyile üzerinden nihayetlenen transandantal bir fiili neticesinde gerçekleşmektedir.[19]

Muhayyile, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden ve tecrübenin tesisinin zemininde yer alan transandantal düşünme fiilinin uzay ve zamanı bir birlik içerisinde kavramasının birliğine tabi olarak canlandırma faaliyetini icra eder. Saf Ben, uzay ve zamana düşünme yetisi tarafından verilen birliğin muhayyile yetisi tarafından canlandırılması ve bu yolla görünün bir *bütün* olarak tesis edilmesiyle birlikte kaim olan bir mekândır. Kant, Saf Ben'in tesisinde muhayyilenin yerine getirdiği bu işlevi açıkça ortaya koymamıştır. Bir başka deyişle muhayyilenin bir ve aynı canlandırma fiili, bir yanıyla görüsel olanın mekânını ve bu mekânın tesisini de kuşatan düşünme faaliyetinin mekânı olarak Saf Ben'i tesis etmektedir. Saf Ben'in tesisinde muhayyilenin yerine getirdiği bu işlev ortaya konmadığı takdirde, analitik *a posteriori* yöntem yoluyla mevcudiyeti ileri sürülen Saf Ben'in tesisi Kant'ın sistematiği içerisinde keyfi bir hal alacaktır. Kant'ın sistematiği içerisin-

19 Saf Ben'in ve aklın tesisi problemi meslektaşım Bülent Gözkân tarafından bir doktora tezi çalışması dâhilinde ayrıntılı olarak ele alınmıştır. *Bkz.* B. Gözkân (2000).

de muhayyilenin bir fiili vasıtasıyla Saf Ben'in tesis edilmesi mümkündür.

Ancak muhayyilenin icra ettiği bu canlandırma faaliyeti, görüsel karşılıkların canlandırılması faaliyetinden mahiyeti itibariyle farklıdır. Algılayanın kendini idrakini temin eden ve kaynak teşkil eden (orijinal) transandantal *düşünme* fiilinde kavranılan bir çoklu yoktur. Saf ya da ampirik çoklu ancak hissetme yoluyla edinilen malzemeye bağlı olarak mevcut olabilir. Öyleyse, görünün ve Saf Ben'in tesisinin anlaşılabilmesi, kaynak teşkil eden bu transandantal fiilin uzayı ve zamanı kavrayışının mahiyetinin anlaşılabilmesini gerektirmektedir. Kavranılan bir çoklunun olmayışı, bu fiilin çok farklı bir manada "transandantal" olmasını gerektirmektedir. Söz konusu fiil, uzay ve zaman formlarının içini dolduranın terkibindeki birliğin zemininde yer alıyor olması itibariyle "transandantal" bir fiildir. Uzay ve zaman formlarını, bu formların dışsal cihetinden bir birlik içerisinde kavrıyor olması itibariyle ise esasen "transandantal" değil, Kant'ın, "tecrübenin sınırlarını aşan ve tecrübe içerisinde temsil imkânına sahip bulunmayan" manasında kullandığı bir tabirle "transandant"tır.

Söz konusu "transandant" fiil, uzayı ve zamanı, uzay ve zaman formlarını dolduran malzeme itibariyle değil, uzay ve zamanın bizatihi kendilerini kuşatacak bir surette tutmak durumundadır. Bu tutuşun kendisi uzaya ya da zamana tabi olamaz. Bu tutuş esasen uzayı ve zamanı kuşatan bir kavrayış neticesinde Saf Ben'i tesis etmektedir. Saf Ben, uzayın ve zamanın bütününü kuşatan[20] bir mekândır ve bu itibarla da kendisi uzaya ve zamana tabi değildir. Saf Ben'in tesis edilebilmesi için uzayın ve zamanın görüyü ortaya çıkaracak bir surette tesis ve idrak edilebilmesi ve bir bütün olarak tutulabilmesi esastır. Uzaya ait çoklunun da zamana ait çoklu tarafından kuşatıldığı düşünülürse, öncelikle zamanın bir bütün olarak kuşatılabilmesi ve Saf Ben'in tesis edilebilmesi için düşünme yetisinin zamanı tecrübeye önceliği olan bir biçimde bir bütün olarak tutması ve kuşatması icap eder.

---

20 Burada "kuşatmak" tabiri, kendisi zamana tabi olmayan, ancak zamanı ve zamana tabi olanı kendi içerisinde barındıran bir mekân olarak Saf Ben ile zamanın bağıntısını ifade etmek üzere kullanılmaktadır.

Algılayanın kendini idrak etmesini temin eden ve bir cihetten transandantal, diğer bir cihetten de transandant fiil, uzayı ve zamanı, uzay ve zaman formlarını dolduran malzemeden bağımsız olarak, bir manada bu formların içi cihetinden değil, uzay ve zamanı kuşatacak bir surette dışı cihetinden tutmaktadır. Burada üzerinde durulması icap eden nokta şudur: Görüsel manada uzayın ve zamanın tesis ve idraki de bu tutuşun birliğine dayanmak durumundadır. Bu tutuş, zamanın bir kesiti itibariyle, uzay formunun içini dolduranın icmalinin, öte yandan da zamanın içini dolduranın, bir birlik dahilinde hıfzedilmesinin (muhafaza edilmesinin) zemininde yer almaktadır. Uzay formunu dolduranın bu tutuşun birliğini ihlal etmeksizin icmal edilmesi ve yeniden üretilmesi görüsel manada uzayın tesis ve idrakini mümkün kılmaktadır. Zaman formunu dolduranın bu tutuşun birliğini ihlal etmeksizin muhafaza edilmesi[21] ve yeniden üretilmesi ise, görüsel manada zamanın tesisini mümkün kılmaktadır. Dolayısıyla görünün tesisinin kuşatılabilmesi bu tutuşun mahiyetinin anlaşılabilmesine bağlıdır. Ancak görüsel manada uzay ve zamanın tesis ve idrakinin anlaşılabilmesi için bu da yeterli değildir. Burada sözü edilen icmal ve hıfzetme fiillerinin dayandığı *a priori* zeminin belirlenmesi gereklidir. Bunun başarılabilmesi için nesne kuramında biraz daha ilerlemek ve *a priori* nesnenin tesis ve idrakine dair bir araştırmaya girişmek gerekmektedir.[22]

---

21 Uzayın ve zamanın (ve buna bağlı olarak da Saf Ben'in) tesisinin, Kant'ın tecrübeden geriye giderek tespit ettiği yetiler marifetiyle ne ölçüde gerçekleştirilebildiği kuşkuludur. Kant, Birinci Kritik'inde, bu tutma işlevini yerine getirecek bir muhafaza yetisine, asli bir yeti olarak yer vermemektedir. Söz konusu işlev, muhayyile yetisinin, ilk kavrama fiili tarafından yerine getiriliyor görünmektedir (A98-100). Ancak daha önce de ifade etmeye çalıştığımız gibi, muhayyile aslen muhafaza edici bir yeti olmayıp, tutulanı, muhafaza edileni canlandırma faaliyeti icra eden bir yetidir. Biz, meslektaşım Aliye Kovanlıkaya'yı izleyerek, bu ilk kavrama fiilinin, muhayyileyle birlikte çalışan muhafaza edici transandantal bir yeti tarafından gerçekleştirilmesi gerektiğini düşünüyoruz. Kant'ın, tecrübenin tesisinde asli bir işleve sahip olabilecek bir transandantal muhafaza yetisine yer vermeyişinin nedenleri, böyle bir yetinin olmayışının sonuçları ve böyle bir yetiye Kant'ın sistemi içerisinde, Kant'ın temel felsefi dayanaklarına bir etkide bulunmaksızın yer verilip verilemeyeceği ayrıca incelenmelidir.

22 İkinci Kitap'ta, Birinci Kitap'ta elde ettiğimiz sonuçlardan da yararlanarak uzay ve zamanın kuruluşu sorununu tekrar ele alıyoruz. *Bkz. Bölüm 5 ve Bölüm 6.*

Transandantal düşüncenin tecrübenin teşrihini esas alan yönteminin sınırları dahilinde algılayanın kendini idrak etmesini temin eden ve (esas) cihetiyle transandant olan bu düşünme fiilinin, uzayı ve zamanı, bu formları kuşatacak bir surette ve bir birlik içerisinde tutuşuna dair söyleyebileceklerimiz son derece sınırlıdır. Bu fiilin birliğine dayanarak *a priori* görü canlandırıldığından, yapılabilecek olan, görünün bütününün tecrübe içerisinde canlandırılmış bulunan vasıflarından hareket etmektir.

Öncelikle ifade etmek gerekir ki, muhayyilenin görünün bütününü canlandırması ile görüsel karşılıkları canlandırması arasında bir öncelik-sonralık bağıntısı bulunmamaktadır. Bir başka deyişle muhayyile, bir yandan Saf Ben'in tesisini sağlayacak bir biçimde görünün bütününü, diğer yandan da bu bütüne binaen görüsel karşılıkları canlandırmaktadır. Ancak daha öncede ifade ettiğimiz gibi, bu iki canlandırma fiili arasında bir fark bulunmaktadır. Muhayyilenin icra ettiği canlandırma faaliyeti, zamansal olanla bağıntısı bakımından iki yanlılık göstermektedir. Muhayyile, zamansal olanı kuşatan ve aşan bir tesis gerçekleştirebildiği gibi, zamana tabi olanı, yine zamansal belirlenimler üzerinden terkip edebilmektedir. Yani zamana tabi olanın canlandırılması (ya da zamansal olanı kuşatan ve aşanın canlandırılması), zamana tabi olanın idrak edilebilmesinin yanı sıra, zamansal olanı kuşatan ve aşanın idrak edilebilmesine dayanmaktadır.

Yukarıda ifade ettiğimiz gibi, uzay ve zamana birlik veren "transandant" düşünme fiilinin, zamanı kuşatarak aşan bir düşünme fiili olması itibariyle, herhangi bir çokluyu kavrıyor olması söz konusu değildir. Dolayısıyla muhayyilenin görünün bütününü tesis eden canlandırma fiili, uzay ve zaman formlarına istinaden mevcut olan (bir yanıyla saf, bir yanıyla ampirik) çoklunun terkibine benzeyen bir terkip fiili olamaz. Muhayyile, görünün bütününü, farklı bileşenleri bir kurala tabi olarak terkip ederek canlandırmamaktadır. Görünün bütünü, zamanı kuşatarak aşan bir kavrayışın neticesinde canlandırılan bir bütün olarak, zamansal belirlenimlere tabi ve görünün bütününe binaen canlandırılan görüsel karşılıkları aşan ve kuşatan bir yana sahiptir.

Bu suretle canlandırılan görü bütünü, görüsel şartları kuşatan ve aşan koşulların bir bütününü içerir:

1. Saf Ben'e ait bir bütün olarak, görü bütününde içerilen tüm unsurların bir özneye ait olarak bir arada tutulmasını temin eder.
2. İçerdiği unsurları, karşılıklı olarak birbirinin varlığını dışlamaksızın ve görü bütüne öncelikleri olmayacak bir biçimde yanyanalığı haiz (koordinatif) bir sistem içerisinde bir arada tutulmasını temin eder.
3. Unsurlarının, nedensellik bağına imkân tanıyan bir şekilde ardardalığı haiz (subordinatif) bir seri içerisinde bir arada tutulmasını temin eder.

Görünün bütününün muhayyile tarafından canlandırılmış bulunan bu vasıfları, görünün bütününe binaen ve görüsel şartlara tabi olarak tesis ve idrak olunan tüm görüsel karşılıkları kuşatan şartları bize sunmaktadır.

Muhayyilenin, idrak edileni canlandırmakla mükellef bir yeti olduğu dikkate alındığında, görü bütününün haiz olduğu bu vasıfların, uzay ve zamanın, bu formların dışsal cihetinden tutuluşunun, düşünme yetisi tarafından idrak ediliş cihetlerinin canlandırılmasından ibaret olmaları icap etmektedir. Bu üç cihet, transandantal düşüncenin tabirleriyle ifade edilecek olursa, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden "transandant" fiilin birliğinin idrakini temin eden üç ayrı saf kavramı bize vermektedir. Söz konusu bu üç kavram, Kant'ın muhakeme faaliyetinin bir analitiği neticesinde aklın muhakeme faaliyetini kuşatan üç saf kavram olarak belirlediği[23] Ruh, Tanrı ve Kozmos idealarından başka bir şey değildir. Ancak söz konusu bu saf kavramların mekânının ne olduğu sorusu karşımıza çıkmaktadır.

İdealar, bu suretle, uzayın ve zamanın dışsal manada tutuluşunu temin eden "transandant" fiilin birliğinin idrakini temin eden saf kavramlar olarak ele alındıkları takdirde, Kant'ın transandantal diyalektikte anlatmaya çalıştığı transandantal manada *Schein*'a şu şekilde bir yorum getirmek mümkün olabilir: Uzay ve zaman formlarının içini dolduran ve bu ma-

23 A323 ve devamı.

nada görüsel şartlara tabi olanın kavranılmasını temin eden saf kavramlar (müdrikenin saf kavramları olarak kategoriler) vasıtasıyla, uzay ve zamanın, bu formların dışsal cihetten kavranılmasını temin eden "transandant" fiilin kavranış cihetleri olarak düşünülen idealar kavranılamaz ve muhakeme faaliyeti içerisinde çevrilemez.[24]

Görünün bütününün tesis ve idrakine dair yürüttüğümüz analitiği nihayetlendirmeden önce, görünün bütünü ile Saf Ben'in tesisi arasındaki bağıntı üzerine bir değerlendirme yapmayı istiyoruz. Saf Ben, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden cihetiyle transandant, diğer cihetiyle transandantal düşünme fiilinin uzaya ve zamana bu formları kuşatarak aşan bir birlik vermesi ve bu fiilin birliğinin, bu birliği idrak eden saf kavramlarca tutulan cihetlerinin muhayyile vasıtasıyla görünün bütününü ortaya çıkaracak surette canlandırılması neticesinde tesis olunmaktadır. Saf Ben'in bütünlüğü ideaların bütünlüğüne dayanarak tesis olunan görünün bütününü kuşattığı gibi, görü bütünü dahilinde mevcut bulunan unsurların tesis ve idrakiyle mükellef olan düşünme faaliyetini de kuşatan bir bütünlüktür. Müdrike ve aklın, Saf Ben mekânı içerisinde bir bağıntıya sahip bulunmaları gerekir. Akıl ve müdrike, Saf Ben'in bütünlüğü itibariyle faaliyet gösterirler ve bu bütünlük içerisinde birbirleriyle bağlıdırlar. Bu bütünlük olmaksızın aklın ve müdrikenin tek tek yetiler olmasının bir manası yoktur.

Akıl ve müdrike, nesnelerini, bu bütünlüğü ihlal etmeksizin ve Saf Ben'e ait olarak idrak ve tesis ederler. Algılayanın kendini idrak etmesini temin eden düşünme fiilinin birliği, aklın ve müdrikenin nesnelerini tesis etmelerinde esastır. Akıl ve müdrike, bir sonraki altbölümde ayrıntılı olarak ele alındığı üze-

---

24 Kant kategoriler ile idealar arasında bir bağıntı kurmamıştır. *A posteriori* nesnenin tesis ve idrakini ele aldığımız bir sonraki bölümde, nesnenin tesis ve idraki ile muhakeme faaliyeti içerisinde idraki arasındaki bağıntının zeminini teşkil edecek şekilde idealar ile kategoriler arasındaki bağıntıya bir açıklama getirebildiğimizi sanıyoruz. Bu bağıntı ortaya konulduğunda Kant'ın transandantal *Schein*'a dair görüşlerinin aşikâr olanın beyanından ibaret olduğu, ancak metafiziğin yapılma imkânlarına dair arzu ettiği manada bir kısıt getiremeyeceği görülecektir.

re, terkip edilen çoklunun unsurlarını bu fiilin birliğini idrak ederek kavradıklarında, söz konusu çoklunun mevcut olduğu görüsel şartları aşan bir mekâna çekmektedirler. Bu düşünme fiilinin asli vasfı, idrak ettiği unsurları Saf Ben'e ait kılması ve bu aidiyet bağıntısını gerçekleştirirken unsurların Saf Ben'le olan bağıntısını söz konusu unsurların birbirleriyle her ne suretle olursa olsun sahip bulundukları bağıntıları aşan bir biçimde kurmasıdır. Aklın ve müdrikenin nesneyi terkip ve idrak ederken önce bu fiile tabi olmaları demek, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden fiilin birliğini idrak etmeleri, terkip edilen çoklunun unsurlarını, unsurların birbirleriyle olan bağıntılarını aşan bir biçimde, nesnenin bireysel bütünlüğüyle olan bağıntıları üzerinden idrak etmeleri demektir. Zamanı kuşatarak aşmanın bir manası da budur.

Saf Ben'in bütünlüğü, Kant'ın da ileri sürdüğü üzere, aklın muhakeme fiillerinin zemininde ideaların bütünlüğünün yer alması sebebiyle aklın faaliyetini kuşattığı gibi, müdrikenin transandantal faaliyetinin de zemininde yer almak durumundadır. Müdrikenin faaliyeti ile Saf Ben'in bütünlüğünün ve dolayısıyla da ideaların bağıntısının Kant'ın Birinci Kritik içerisinde esas itibariyle temas dahi etmediği bir zemininin bulunması gerekir. Bu zeminin ortaya konulabilmesi, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte tesis ve idrakine dair ayrıntılı bir incelemenin yapılmasını gerektirmektedir.

2.6. Aklın *A posteriori* Nesne ile Görüsel Karşılığının Birlikte Terkip ve İdrak Edilişindeki İşlevi

A posteriori nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte tesis ve idraki, transandantal düşüncenin sistematiği içerisinde ancak aklın ve müdrikenin ortak faaliyeti vasıtasıyla açıklanabilir. Kant, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilişini yalnızca müdrike üzerinden izah etmeye çalışmış; aklın, görüsel karşılığın tesisinde muhayyile üzerinden icra ettiği faaliyeti ihmal etmiştir. Oysa *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünü tesis eden ve bu nesnenin kategoriler

yoluyla terkip edilmiş farklı cihetlerini bir birlik altında tutan form, müdrikede mevcut değildir. Müdrikenin saf tasavvurları olarak kategoriler, *a posteriori* nesnenin ancak akıl tarafından bireysel bir bütün olarak tesis ve idrak edilmesine istinaden bir işleve sahip olabilirler. Görüsel karşılığın terkip edilmesinde kategorilerin icra ettiği işlev, söz konusu görüsel karşılığın bireysel bir bütünlüğe sahip olmasına istinaden bir anlama sahiptir.

Kant, bir ev algısının terkip edilmesinde nicelik kategorisinin ya da suyun donması algısının terkip edilmesinde nedensellik kategorisinin icra ettiği işlevi şu şekilde tespit etmiştir: Ev algısının ya da suyun donması algısının benim idrakıma ait bir biçimde terkip edilebilmesinin zemininde, kategorilerin temin ettiği kuralların birliğine[25] dayanarak muhayyilenin gerçekleştirdiği saf terkip yer almak durumundadır. Bir algının tesis edilmesi için öncelikle dışsal his yoluyla edinilen ve içsel histe izler (ya da tablar) bırakan etkilerin içsel hissin formu olan zaman vasıtasıyla, bir yanıyla saf, bir yanıyla ampirik olan, terkip edilebilir bir çoklu halinde, hissetme yetisi tarafından icmal edilmesi gerekmektedir. Bu suretle icmal edilmiş bulunan çoklu, algının kendisi değildir. Algının düşünme yetisi tarafından belirlenmemiş bulunan malzemesidir. Kant, hissetme yetisinin tezahürleri algıda algılanabilir olarak tuttuğunu ifade etmektedir.[26] Belirtmek gerekir ki, bu ifade ancak tecrübenin kendisinden hareketle anlamlı olabilir. Hissetme yetisi tarafından algılanabilir olarak tutulan tezahürler, *bir* ev algısının sahip olduğu anlamda bireysel bütünler teşkil etmez. Söz konusu bireysel bütünler, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilmesi neticesinde ortaya çıkar. *A posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte (halihazırda) terkip edilmiş olduğu ve mahfuz tutulduğu tecrübeden hareketle, tek tek algılardan söz etmek mümkündür.

Dolayısıyla herhangi bir algıdan bir bütün olarak söz edilebilmesi, *a posteriori* nesnenin terkip ve idrak edilmesine da-

25 Bu birlik, yukarıda ifade ettiğimiz gibi, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin birliğidir.

26 A115.

yanmak durumundadır. Kant, Transandantal Dedüksiyon'da ele aldığı üç katlı terkip faaliyeti içerisinde,[27] görüsel karşılığın bir bütün olarak terkip ve idrakini söz konusu terkibin bir kavram altına düşürülmesine dayanarak anlatmıştır. Ancak bu terkip ve idrakin hangi yetinin, ne tür fiillerine ihtiyaç gösterdiği noktası üzerinde durmamıştır. Kant'ın sistematiği açısından, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilmesinde, mevcut saf çoklunun terkibinin, saf tasavvurlar (yani kategoriler) vasıtasıyla kavranılması ve bu yolla bir birlik içerisinde tutulması, *a posteriori* nesnenin terkip edilmesi için zorunlu bir şarttır. Ancak bu husus tek başına yeterli değildir.

A posteriori nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilmiş olmasına dayanmaksızın, herhangi bir *bütün* olarak algıdan söz etmek mümkün değildir. Söz konusu bireysel bütünlük, müdrikenin fiillerinden ya da bu fiillerin mantıksal zemininde mevcut olan ve nesnenin farklı cihetlerinin terkibini ayrı ayrı tüketen kategorilerden gelemez. Tersine, müdrikenin muhayyile vasıtasıyla gerçekleştirdiği terkip faaliyeti, *a posteriori* nesneyi, görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edebilmek için bu bireysel bütünlüğe dayanmak ve bu bireysel bütünlüğe tabi olmak durumundadır. Bu bireysel bütünlüğün kaynağı, faaliyeti idealar tarafından kuşatılan akıl olmak durumundadır.

Kant'a göre, ev algısı, hissetme yetisi tarafından icmal edilmiş bulunan çoklunun saf yanının, bileşenleri zorunlu olarak birbirine ait olmayacak bir surette ve bir birlik içerisinde tutulması neticesinde terkip ve idrak edilir. Bu terkibin kuralını temin eden tasavvur, nicelik kategorisinin saf kalıbı olan sayı ve tüm büyüklüklerin saf resmini teşkil eden saf uzay resmidir. Öte yandan, suyun donması algısı da, benim idrakıma ait olarak, hissetme yetisi vasıtasıyla icmal edilmiş bulunan çoklunun saf yanının, sebep-sonuç kategorisinin saf kalıbı tarafından terkip edilmesi neticesinde idrak edilir. *A posteriori* nesnenin, görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilme-

27 A98 vd.

sinde kategoriler, hissetme yetisi vasıtasıyla icmal edilmiş bulunan çoklunun saf yanının farklı cihetlerinin terkip ediliş kuralları olmaktan öte bir işleve sahip değildir. Muhayyile tarafından, bu kurallara göre gerçekleştirilen terkiplerin birliği ise, Kant'a göre, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin birliğinden gelmektedir. Kaynağının kendinde-şey olduğu farz edilen ve hissetme yetisinin formları vasıtasıyla temsil edilen etkinin terkibinin, müdrikenin saf tasavvurları olan kategoriler tarafından kavranılması -ki bu kavrayış da bir yargıdır- vasıtasıyla idrak edilenin, algılayanın kendisini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin birliği olması, hissetme yoluyla edinilen çoklunun terkibi üzerinden idrak edilen nesnenin Saf Ben'e ait olmasını ve bu şekilde idrak edilen diğer tüm nesnelerle bir yakınlık ve alakayı haiz olmasını[28] temin eder.

Algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiilin, hissetme yoluyla edinilen malzemeyi, bir yakınlık ve alakayı haiz olan bir çoklu halinde icmal ettiğini yukarıda ifade etmiştik. Söz konusu bu çoklu, *a posteriori* nesnelerin görüsel karşılıkları olarak terkip ve idrak edilme imkânına sahip olan çokludur. Bir başka deyişle bu çoklu, düşünme yetisi tarafından, nesnenin görüsel karşılığı olarak belirlenmemiştir. Söz konusu bu çoklunun, bireysel bir görüsel karşılık olarak terkip ve idrak edilmesi ancak *a posteriori* nesnenin bireysel

---

28 Terkip edilecek saf çoklunun, bir yakınlık ve alakayı haiz olması, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiil tarafından uzay ve zamanın bir birlik içerisinde tutulması ve görünün bir bütün olarak tesis edilmesiyle kaimdir. Benzer bir biçimde, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden bu transandantal fiilin birliğinin, saf terkiplerin, saf tasavvurların altına düşürülmesi vasıtasıyla idrak ediliyor olması da bu yolla terkip ve idrak edilen nesnelerin bir yakınlık ve alakayı haiz olmalarını temin eder. Kant, "yakınlık ve alakayı haiz olma" (Alm. *Affinität)* tabirini, nesneler ve görüsel karşılıkları için kullanmamıştır. Ancak biz, bu tabirin hissetme yetisi tarafından icmal edilmiş bulunan çoklu için kullanılması ile düşünme yetisi tarafından idrak edilen nesne için kullanılması arasında esas itibariyle bir fark görmüyoruz. Çünkü her iki durumda da söz konusu yakınlık ve alakayı temin eden kaynak bir ve aynıdır. Üstelik a posteriori nesnelerin ve görüsel karşılıkların bu şekilde bir yakınlık ve alakayı haiz olmalarının tespit edilmesinin muhakeme faaliyetinin esasının anlaşılmasında ve mantığın tesis edilmesinde önemli bir yeri vardır.

bir bütün olarak tesis ve idrak edilmesiyle mümkündür. Burada hassasiyetle üzerinde durulması gereken nokta, saf çoklunun terkibine, kategoriler tarafından verilen birliğin, nesnenin bireysel bütünlüğünü temin eden birlik olmadığıdır. Kategoriler, nesnenin bireysel bütünlüğü içerisinde bir arada tutulan farklı cihetlerinin terkibini tek tek tüketen saf kavramlardır. Dolayısıyla kategoriler, *a posteriori* nesnenin bireysel bir bütün olarak tesis edilmesine tabi olarak, nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilmesine yönelik bir işlev yerine getirirler.

Üzerinde durulması gereken başka bir nokta ise, nesnenin bireysel bütünlüğünü temin eden formun kaynağının müdrike olamayacağıdır. *A posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilişini müdrike cihetinden ele aldığımızda, *a posteriori* nesnelerin bir yakınlık ve alakayı haiz olmaları, görüsel karşılıkların terkibi üzerinden olmaktadır. Bir başka deyişle, *a posteriori* nesnenin tesis edilişinde müdrikenin icra ettiği fiiller, görüsel karşılıkların terkibine ve dolayısıyla da hissetme yetisi yoluyla edinilen malzemeye dayanmak durumundadır. Müdrike, *a posteriori* nesnenin, görüsel karşılığıyla bağıntılı olarak ve görüsel karşılığın tabi olduğu görüsel şartlar üzerinden bir yakınlık ve alakayı haiz olacak bir biçimde tesis edilmesini temin eder.

Ancak *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğü, bir bütün içerisinde, dışsal ilişkileri bakımından birbirlerinden ayırt edilebilir olan parçaların sahip olduğu cinsten bir bütünlük değildir. Dışsal ilişkileri itibariyle birbirlerinden ayırt edilebilen parçaların birbirleriyle olan bağıntıları görüsel şartlara (yanyanalık ve ardardalık bağıntılarına ve hissetme yoluyla, kendinde-şeyden malzeme edinilmesine) tabidir. *A posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğü, görüsel şartlardan kaynaklanan bir bütünlük olarak kabul edilir ise, söz konusu nesnenin aklın icra ettiği muhakeme faaliyetinde idrak edilmesi ve kendisinin idraki üzerinden başka bir yargıya geçişi mümkün kılması düşünülemez bir hale gelecektir.

Sonuç olarak söylenilecek olan şudur: *A posteriori* nesnenin bireysel bir bütün olarak terkip ve idrak edilmesi, yani ka-

tegoriler yoluyla tüketilen farklı cihetlerin bir birlik içerisinde bireysel bütünlük arz ederek tutulması, yukarıda da ifade ettiğimiz gibi, müdrikenin gerçekleştirebileceği bir fiil olamaz. Çünkü söz konusu bireysel bütünlük, hissetme yetisi vasıtasıyla edinilen malzemeye bağımlı olarak faaliyet göstermesi itibariyle, sadece müdrike cihetine binaen düşünülebilecek bir bütünlük değildir.

Dolayısıyla müdrike, görüsel karşılığın terkip ve idrak edilişinde bir yandan hissetme yoluyla edinilen malzemeye, diğer yandan da, aşağıda etraflıca ele alacağımız gibi, kendisine başka bir kaynaktan (bu bölüm içerisinde açıklığa kavuşturmaya çalışacağımız şekilde, akıl tarafından) temin edilen ve *a posteriori* bir nesne olarak tesis ve idrak olunmak için gerekli olan (yani şart olan) bireysel bütünlüğe bağlı olarak faaliyet göstermek durumundadır.

A posteriori nesnenin kategorilerden gelmesi mümkün olmayan bu bireysel bütünlüğünün kaynağının araştırılması, Kant'ın Birinci Kritik'inde, nesne kuramı açısından ihmal ettiği, eksik bıraktığı en önemli konudur. Kant, Birinci Kritik'inin Transandantal Dedüksiyon bölümünde, kategorilerin bir analitiğini yapmaktadır. Ancak bu analitik ne *a posteriori* nesne ve görüsel karşılığının terkip ve idraki için şart olan ve kategoriler vasıtasıyla kuşatılan ve tüketilen farklı cihetleri bir birlik içerisinde tutan bireysel bütünlüğün kaynağını ne de aklın nesnesinin müdrikedeki nesneye nasıl bağlandığını ve bunun neticesinde de muhakeme faaliyetinin nasıl gerçekleşebildiğini açıklamamaktadır. Aklın nesnesini nasıl kavradığının anlaşılması hem *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının terkip ve idrakinin belirlenmesi hem de aklın ideaları ile müdrikenin kategorileri arasındaki bağın açıklığa kavuşturulması açısından zorunludur. Kant, kategorileri, yargıların farklı cihetlerden bir dökümünü yaparak belirlemektedir. Ancak yargıların, kategorilerin birliğini içeren bir bireysel bütünlüğe dayanarak nesnenin tesis edilişiyle olan bağıntısını ve aklın bu tesisteki rolünü ortaya koyamamaktadır.

A posteriori nesnenin tesis ve idrak edilmesi, (Kant'ın çerçevesini çizmiş olduğu şekliyle) yalnızca müdrikenin faaliyeti

cihetinden anlatıldığında, bu tesis ve idrak, *a posteriori* nesnenin ve görüsel karşılığının bireysel bütünlüğünü dikkate almaması sebebiyle eksik kalmak durumundadır. *A posteriori* nesnenin nasıl terkip ve idrak edildiğinin anlaşılması, aklın, nesnenin tesis ve idrak edilişinde icra ettiği işlevin bir analitiğinin yapılmasını gerektirmektedir. Kant, tecrübeden geriye giderek kategorileri elde etmeye çalışmakla görü mekânındaki nesnenin kavranışını yalnızca müdrike itibariyle anlatmış ve *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının terkip yoluyla ortaya çıkan tesisini (nesnenin bireysel bütünlüğünden soyutlayarak) aklın faaliyetinden koparmıştır. Oysa Kant'ın ontolojisinin kuşatıcı olabilmesi ve nesnenin tesisini açıklayabilmesi için müdrikenin ve aklın transandantal fiillerini bir birlik içerisinde ele alması gerekir. Tecrübenin (Kant'ın kullandığı anlamdaki) analitiğinin anlaşılabilmesi için de aklın nesnesini kavrayışı öncelikle ele alınmalı ve aklın transandantal unsurları belirlenmelidir. Aklın faaliyeti bu açılardan, Kant'ın iddia ettiği gibi, yalnızca düzenleyici bir faaliyet olamaz. Yukarıda da belirttiğimiz üzere, Kant, Birinci Kritik'inde bu hususlara temas dahi etmemiştir.

Aklın yargı ve muhakeme faaliyetinde bulunabilmesi ancak bireysel bütünlüğe sahip olan nesneyi idrak edebilmesi yoluyla mümkündür. Akıl, muhakeme faaliyetini bu nesneye dayanarak gerçekleştirir. Buradan, aklın, söz konusu bu bireysel bütünlüğün formuna sahip olması gerektiği sonucu çıkmaktadır. Kant, bu bireysel bütünlük formu ile *a posteriori* nesnenin tesis ve idrak edilmesi faaliyeti arasındaki bağıntıya Birinci Kritik'inde hiç değinmemiştir. Oysa aklın, nesneyi tesis ve idrakinin asli formu olan bireysel bütünlüğün, nesnenin terkip ve idrak edilmesindeki işlevinin çok açık bir biçimde belirlenmesi gerekir. Aksi takdirde, daha önce de ifade edildiği üzere, Kant'ın sistematiği tesis edilmiş olamaz. Aklın, müdrike tarafından farklı cihetlerden idrak edilen *a posteriori* nesneyle olan bağıntısından da (transandantal düşünce içerisinde) ancak bu yolla söz edilebilir.

Daha öncede ifade ettiğimiz gibi, kendiliğinden düşünme faaliyeti, muhayyile yetisinin faaliyetiyle birlikte ele alınmak du-

rumundadır. Hem aklın hem de müdrikenin *a posteriori* nesnenin tesis ve idrakinde icra ettikleri faaliyet, muhayyile üzerinden neticelenmek durumundadır. Muhayyile, *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığı arasındaki bağı kuran yetidir. Kant, müdrikenin transandantal faaliyetinin muhayyileyle olan bağıntısını ortaya koymuş, ancak aklın muhayyileyle olan bağıntısı üzerinde hiç durmamıştır. Şimdi bu bağın mahiyetini inceleyelim.

Hissetme yoluyla edinilen malzemenin dayandığı saf çoklu, muhayyileye ait farklı saf kalıplarca terkip edilmekte, bu suretle terkip edilmiş bulunan saf çoklu, müdrikenin saf tasavvurları tarafından farklı cihetlerden kavranılmakta ve birlik halinde tutulmaktadır. Muhayyile, saf çokluya dayanan ampirik çokluyu, saf terkipleri kendilerine göre gerçekleştirdiği saf kalıplarına dayanarak, saf terkiplere uygun bir biçimde canlandırmaktadır. Ancak yalnızca müdrike, muhayyile ve hissetme yetilerinin bu suretle icra ettikleri ortak faaliyet, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilmesi için yeterli değildir. *A posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idraki, söz konusu çoklunun farklı kategoriler vasıtasıyla farklı biçimlerde kavranılmış bulunan unsurlarının tümünün bireysel bir bütüne ait unsurlar olarak terkip ve idrak edilmesini zorunlu kılmaktadır.

Muhayyile, canlandırma faaliyetini aklın ve müdrikenin tesis ve idrak faaliyetiyle bağlı olarak icra etmektedir. *A posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte bireysel bir bütün olarak terkip edilmesini temin eden, aslen muhayyilenin *bireyselleştirici* canlandırma fiillidir. Burada iki ayrı meselenin karşılıklı bağıntılarını dikkate almak gerekmektedir. Bu meselelerden birincisi, *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünün tesis ve idrakidir. İkincisi ise, görüsel karşılığın bu bireysel bütünlüğe binaen bireysel bir bütün olarak terkip edilmesi ve canlandırılmasıdır. Bu meselelerden ilkini bir sonraki bölümde etraflıca ele alacağız. Şimdi araştırmamızı, görüsel karşılığın bireysel bir bütün olarak, görünün bütünlüğü içerisinde canlandırılmasıyla sınırlayalım.

Hissetme yoluyla edinilen malzemenin terkip edilerek muhayyile vasıtasıyla canlandırılması üzerinden idrak edilen *a*

posteriori nesne (Kant'ın ifade ettiği kadarıyla), varlığı bu malzemenin mevcudiyetine bağımlı olan nesnedir. Ancak *a posteriori* nesne, görüsel karşılığın farklı cihetlerden terkibi üzerinden müdrike tarafından idrak edilmesine önceliği olacak bir biçimde, bireysel bütünün terkibi üzerinden de akıl tarafından idrak edilmek durumundadır. Görüsel karşılığın kategoriler vasıtasıyla tüketilen farklı cihetlerinin görünün bütününe binaen bir bütün halinde canlandırılması, aklın bu bireysel bütünü tesis ve idrak etmesiyle kaimdir.[29]

Muhayyilenin canlandırma fiili neticesinde ortaya çıkarılan bireysellik, görüsel karşılığa görüsel şartları aşan bir unsur katmaktadır. Herhangi bir görüsel karşılığın bütününü parçalarına önceliği olacak şekilde idrak ediyor olmamızın zemininde, akıl tarafından nesnenin bireysel bir bütün olarak idrak edilmesi yer almaktadır. Bir başka deyişle, görüsel karşılığın sahip olduğu bütünlük, kaynağı akıl olan *a priori* bir zemine sahiptir. Nicelik kategorisinin saf kalıbı olan sayıya tabi olarak, bileşenleri zorunlu surette birbirine ait olmayacak bir biçimde canlandırılan görüsel karşılığın bir bütün olarak idraki, aklın *a posteriori* nesneyi bireysel bütünlük formuna göre tesis ve idrak etmesine dayanmaktadır.

Muhayyile, canlandırma faaliyetini, zamanın saf belirlenimlerinden ibaret olan saf kalıpları üzerinden gerçekleştirmektedir. Muhayyilenin aklın bireysel bir bütün olarak görüsel karşılığı tesis ve idrak etmesine bağlı olarak icra ettiği

---

29 Kant'ın sunduğu çerçeve itibariyle akıl, *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünü, kaynak teşkil eden ve bu suretle uzayı ve zamanı kuşatarak aşan ve bu kuşatıcılığı nedeniyle de uzayın ve zamanın bir bütün olarak Saf Ben içerisinde tutulmasını temin eden transandantal fiilin birliğine tabi olarak tesis etmek durumundadır. Aklın tesis ve idrak ettiği bireysel bütünlüğün birliğinin kaynağı, bu transandantal fiilin birliğidir. Aklın nesnesini idrak edebilmesi için bu nesnenin formunun akılda mevcut olması gerekir. Bu form, aklın nesneyi idrak etme fiilinde mevcut olan bireysel bütünlük formudur. Bu formun mahiyetini anlamak, Kant'ın Birinci Kritik'inde ihmal ettiği bu konunun, aklın transandantal faaliyetinin bir analitiğinin yapılmasıyla mümkündür. Bu form, yani aklın transandantal idrak fiilinin formu, her türlü dışsal ilişkisinden soyutlanmış olarak bütünün idrak edilmesini temin eden formdur. Ancak bu formun idealarla olan bağıntısının tesis olunması gerekir. Ancak bu sayede, nesnenin tesis ve idraki ile muhakeme faaliyeti arasındaki bağıntı açıklığa kavuşturulabilir.

bireyselleştirici canlandırma faaliyetinin de saf bir kalıbının mevcut olması gerekir. Aksi takdirde, akıl tarafından idrak edilen bireysel bütünlük, görüsel karşılıkta canlandırılamaz. Söz konusu canlandırma faaliyetinin icra edilebilmesi ve canlandırılanın idrak edilebilmesi için, tıpkı müdrikenin kategorilerine ait saf kalıplarda olduğu gibi, hem düşünsel olanla hem de hissedilenle *homojenlik* arz eden saf bir kalıbın saf akılda mevcut olması gerekmektedir. Bu saf kalıbın ortaya konulabilmesi ise, aklın şematizmine dair transandantal bir analitiği gerektirmektedir. Kant, aklın şematizmine Birinci Kritik'inde yer vermemiş, böyle bir analitiği söz konusu dahi etmemiştir. Bu hususa binaen, transandantal düşüncenin rasyonalizmin ve ampirizmin orijinal bir sentezini gerçekleştirdiğini ileri süren Kant yanılmış olmaktadır.

Her bir kategori, *a posteriori* nesnenin farklı bir cihetini terkip ederek bir birlik altında tutar. *A posteriori* nesnenin, görüsel karşılığıyla birlikte (terkip edilen çoklunun nicel unsurları birbirine zorunlu olarakait olmayan bir biçimde) terkip edilmesini nicelik kategorisi (Alm. *Quantität*) temin eder. Örneğin bir üçgenin kenarları ya da bir bardağın uzamsal parçaları zorunlu olarak birbirine ait olmayan bir biçimde idrak edilir. Bu idraki temin eden saf terkibi bir birlik halinde tutan saf tasavvur nicelik kategorisidir. *A posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte, terkip edilen çoklunun her bir (nitel) unsurunun belli bir gerçeklik derecesine sahip olacak bir biçimde terkip ve idrak edilmesini nitelik kategorisi (Alm. *Qualität*) temin etmektedir. *A posteriori* nesnenin, görüsel karşılığıyla birlikte, terkip edilen çoklunun belli unsurları, zorunlu olarak birbirine ait olacak şekilde idrakini ise farklı bağıntı kategorileri temin etmektedir. Bir kitap ile bu kitabın rengi arasındaki bağıntının idraki cevher-araz kategorisi (Alm. *Inhärenz und Subsistenz*) vasıtasıyla meydana çıkmaktadır. Bir kaptaki suyun, sıvı halden katı hale geçişinin idraki, sebep-sonuç kategorisi (Alm. *Kausalität und Dependenz*) vasıtasıyla meydana çıkmaktadır. Görüde mevcut olan herhangi iki unsurun aynı anda karşılıklı bağıntı içerisinde var olmalarının idrakini ise karşılıklı-bulunuş kategorisi (Alm. *Gemeinschaft*) temin etmektedir.

Ancak müdrikenin bu kategoriler vasıtasıyla terkip ettiği nesnelerin akıl tarafından idraki meselesine bir çözüm aramak için Kant'ın sistematiğinin derinleştirilmesi gerekmektedir. Bu bakımdan aklın, saf çokluya ait bulunan ve müdrikeye ait saf tasavvurlar vasıtasıyla farklı terkip kalıplarına tabi olarak idrak edilmiş bulunan saf unsurları bir birlik halinde terkip edebilmesinin zeminine dair bir araştırmaya ihtiyaç vardır. Bu inceleme öncelikle, söz konusu saf unsurları bir birlik halinde terkip edecek saf kalıbın belirlenmesini gerektirmektedir. Ayrıca bu saf kalıp vasıtasıyla bireysel bir bütüne ait olacak bir surette terkip edilmiş bulunan unsurları bir birlik içerisinde kavrayan saf tasavvur ortaya konulmak durumundadır.

Aklın, müdrikeye ait saf tasavvurlar vasıtasıyla farklı terkip kalıplarına tabi olarak idrak edilmiş bulunan saf unsurları bireysel bir bütüne ait olarak idrak etmesi, *a posteriori* nesneyi bireysel bir bütün olarak terkip ve idrak eden transandantal akıl yargısıdır. Aklın bu transandantal yargısı, terkip edilen saf unsurları, bu unsurlar arasındaki özel bağıntıları aşarak bir birlik halinde tutan bir yargıdır. Söz konusu saf unsurları aynı bireysel bütüne ait ve bireysel bütüne aidiyetleri itibariyle aralarında bir fark olmayacak bir biçimde canlandıran saf kalıp ise, aklın saf tasavvuruna ait saf kalıptır. Saf bir kalıp olması bakımından, aklın saf kalıbı da hem düşünme hem de hissetme yetisiyle homojenliğe sahip olan, zamanın saf bir belirleniminden ibaret olmak durumundadır. Aklın saf kalıbı, *ardarda birimlerin, ardardalıktan bağımsız halde terkibinin birliği* olarak ifade edilebilir. Aklın saf kalıbının bu biçimde belirlenmesinin sebebi, aklın, zamandaki ardardalık üzerinden tefrik edilen unsurları, zamanı kuşatarak aşan bir biçimde bir birlik halinde idrak etmesidir.

Akıl, bireysel bütünlüğü, muhayyilenin faaliyeti üzerinden terkip ve idrak ederken müdrikeye ait saf tasavvurlar vasıtasıyla farklı terkip kalıplarına tabi olarak idrak edilmiş bulunan saf unsurları veri olarak alır. Yani *a posteriori* nesnenin terkip ve idrakinde, terkip edilecek olan malzemenin ortaya çıkarılması bakımından, akıl, müdrikenin faaliyetine bağlı olarak faaliyet göstermektedir. Ancak akıl, müdrikenin idrak

ettiği saf unsurlara, bu saf unsurların kendilerinden gelmeyen bir bireysel bütünlük vermekte ve bu itibarla da müdrikenin faaliyetini kuşatmaktadır. *A posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte tesis ve idrak edilmesinde akıl ve müdrike bu suretle birlikte ve aklın önceliği olmak üzere faaliyet göstermektedirler. Aklın söz konusu bireysel bütünlüğü nasıl temin ettiği hususu bir sonraki bölümde ele alınacaktır.

Kant'a göre, muhakeme faaliyeti içerisinde kavranılan nesnelerin tesis ve idraki ancak bir yanıyla saf, bir yanıyla da ampirik olan çoklunun terkip edilmesi üzerinden mümkün olabilmektedir.[30] Yani *a posteriori* nesnenin idrakinde, görüsel karşılıkların, içsel hissin zaman formuna tabi olarak mevcut olan (bir yanıyla saf, bir yanıyla ampirik olan) çoklunun, muhayyilenin (zamanın saf belirlenimlerinden ibaret olan) saf kalıplarına dayanılarak üretilen resimler vasıtasıyla terkip edilerek ortaya çıkarılması şarttır. *A posteriori* nesne, bu itibarla, görünün şartlarına bağımlı olarak idrak edilir. Söz konusu şartlardan kastımız, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığının, muhayyile tarafından canlandırılarak tesis edilen görünün bütünlüğü içerisinde bir bireyselliğe sahip olması ve *a posteriori* nesnenin idrakinin, hissetme yetisi vasıtasıyla, kendinde-şeyden edinilen etkilerin canlandırılmasıyla kaim olmasıdır. Bir başka deyişle düşünme yetisinin kendiliğinden faaliyet gösteren yanı, hissetme yoluyla edinilen malzemeye bağlı olarak faaliyet gösterir. Ampirik görüden, hissetme yoluyla gelen malzemeyi çekip aldığımızı farz ettiğimizde, geride, görüsel karşılıkların görü içerisindeki bağıntılarıyla birbirlerine bağlı *a posteriori* nesnelerin saf terkibini kuşatan saf bir bütünlük kalacaktır. Bu anlamda, söz konusu *a posteriori* nesnelerin varlığı, bir yandan hissetmeyle gelen malzemeye ve müdrikenin saf kavramlarına, diğer yandan da akıl tarafından temin edilen bireysel bütünlük formuna bağlıdır. Kant'ın Birinci Kritik'te hiç temas etmemiş olduğu bu ikinci husus dikkate alınmaksızın, transandantal düşünce itibariyle nesne kuramının tesis edilmiş olduğu söylenemez.

30 B136-7.

Tesis ve idrak edilebilmesi için, hissetme yetisi yoluyla edinilen malzemenin gerekli olduğu nesneye, biz, *tikel a posteriori nesne* adını vereceğiz. Tikel *a posteriori* nesne, hissetme yoluyla edinilen malzemenin muhayyile vasıtasıyla terkip edilerek *düşünselleştirilmesi* üzerinden idrak ettiğimiz ve varlığı hissetme yoluyla edinilen malzemeye bağlı olan nesnedir. Tikel *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünün zemininin belirlenmesi, bir başka deyişle tekilliğinin kaynağının belirlenmesi, nesne kuramı bakımından esasa dair bir araştırmayı gerektirmektedir. Bir sonraki bölüm bu araştırmayı konu almaktadır.

2.7. Tikel *A posteriori* Nesnenin Tesis ve İdraki

A posteriori nesne ile görüsel karşılığının terkibi ve idraki için ancak aklın ve müdrikenin ortak faaliyetinin gerekli olduğunu bir önceki bölümde ortaya koymaya çalıştık. Kant'ın, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edilişini yalnızca müdrike üzerinden izah etmeye çalıştığını ve aklın, görüsel karşılığın tesisinde muhayyile üzerinden icra ettiği faaliyeti "ihmal" ettiğini ifade ettik.[31] Müdrikenin tecrübeye bütünlük veren bir yeti olmadığını Kant'ın kendisi de ifade etmektedir.[32] Ancak *a posteriori* nesnenin meydana çıkarılabilmesi için şart olan *bireysel bütünlüğün* (yani nesnenin farklı kategoriler vasıtasıyla terkip edilen farklı cihetlerinin birliğinin) bir form olarak müdrikede bulunmadığı konusuna hiçbir şekilde değinmemektedir.

Söz konusu *bireysel bütünlüğün*, müdrikenin fiillerinden ya da bu fiillerin mantıksal zemininde mevcut olan ve nesnenin farklı cihetlerinin terkibini ayrı ayrı tüketen kategorilerden gelmesi mümkün değildir. Tersine, müdrikenin muhayyile vasıtasıyla gerçekleştirdiği terkip faaliyeti, *a posteriori* nesneyi, görüsel karşılığıyla birlikte terkip ve idrak edebilmek için bu bireysel bütünlüğe dayanmak ve bu bireysel bütünlüğe tabi

31 Söz konusu bu ihmal, aklın nesne tesisindeki rolünün ve daha genel bir manada aklın faaliyetinin iptali raddesindedir.

32 A321.

olmak durumundadır. Müdrikenin saf tasavvurları olarak kategoriler, *a posteriori* nesnenin ancak akıl tarafından bireysel bir bütün olarak tesis ve idrak edilmesine istinaden bir işleve sahip olabilirler. Görüsel karşılığın terkip edilmesinde kategorilerin icra ettiği işlev, ancak söz konusu görüsel karşılığın, bireysel bir bütünlüğe sahip olmasına istinaden bir anlama sahiptir.

A posteriori nesnenin hissetme yetisinin formları olan uzay ve zamandan ya da kategorilerden gelmesi mümkün olmayan bu bireysel bütünlüğünün kaynağının araştırılması, Kant'ın Birinci Kritik'inde, nesne kuramı açısından eksik bıraktığı en önemli konudur. Kant, Birinci Kritik'inin Transandantal Dedüksiyon bölümünde, kategorileri tesis eden bir analitik sunmaktadır. Ancak bu analitik, ne *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının terkip ve idrakinde içerilen ve kategoriler vasıtasıyla kuşatılan ve tüketilen farklı cihetleri bir birlik içerisinde tutan bireysel bütünlüğün kaynağını, ne de *a posteriori* nesnenin aklın icra ettiği muhakeme faaliyetine nasıl bağlandığını açıklamaktadır. Bu cihet itibariyle de, Birinci Kritik, saf aklın kuşatıcı, tüketici ve doğru bir eleştirisi olma yeterliliğini sağlayamamaktadır. Bu noktaların açıklığa kavuşturulması, muhakeme faaliyetini gerçekleştiren yeti olarak aklın *a posteriori* nesnenin tesis edilişindeki işlevinin belirlenmesiyle mümkündür. Aklın transandantal faaliyetinin tüm yönleriyle ortaya konulması hem *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının terkip ve idrakinin tam olarak kuşatılabilmesi hem de aklın idealları ile müdrikenin kategorileri arasındaki bağın açıklığa kavuşturulması açısından zorunludur.

Buraya kadar, Kant'ın sistematiğinin *a posteriori* nesneyi kategoriler vasıtasıyla müdrike üzerinden tesis ettiğini, ancak bu yolla *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünü temellendiremediğini, *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünün kaynağının akıl olduğunu, bu bireysel bütünlüğün muhayyile vasıtasıyla saf bir kalıba göre canlandırıldığını ortaya koymaya çalıştık. Aklın transandantal faaliyetini kısmen incelemiş olduk. Ancak aklın, *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının terkip ve idrakindeki işlevin açıklığa kavuşturulmasıyla, ak-

lın, yargıları vasıtasıyla bireysel bir bütün olarak idrak ettiği ve muhakeme faaliyeti içerisinde farklı cihetlerden kavramak suretiyle çevirebildiği *a posteriori* nesnenin *tekilliğinin* tesis ve idraki kuşatılmış olmamaktadır.

Kant'a göre, sevke tabi düşünme faaliyetine nesne temin edilmesi ancak bir yanıyla saf, bir yanıyla da ampirik olan çoklunun terkip edilmesi üzerinden mümkün olabilmektedir.[33] Yani *a posteriori* nesnenin tesis ve idrakinde içsel hissin zaman formuna tabi olarak mevcut olan (bir yanıyla saf, bir yanıyla ampirik olan) çoklunun, muhayyilenin (zamanın saf belirlenimlerinden ibaret olan) saf kalıplarına dayanılarak üretilen resimler vasıtasıyla terkip edilmesi neticesinde görüsel karşılıkların ortaya çıkarılması gerekmektedir. Bu suretle görüsel karşılığıyla birlikte terkip edilen *a posteriori* nesnenin idraki görünün şartlarına bağımlıdır. Söz konusu görüsel şartlardan kastımız, *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığının, muhayyile tarafından canlandırılarak tesis edilen görünün bütünlüğü içerisinde bir bireyselliğe sahip olması ve *a posteriori* nesnenin idrakinin, hissetme yetisi vasıtasıyla edinilmiş bulunan etkilerin (tabların) canlandırılmasıyla kaim olmasıdır. Bir başka deyişle, düşünme yetisinin kendiliğinden faaliyet gösteren yanı, hissetme yoluyla edinilen malzemeye bağlı olarak faaliyet gösterir. Bu itibarla, *a posteriori* nesne, hissetme yoluyla edinilen malzemenin, muhayyile vasıtasıyla terkip edilerek *düşünselleştirilmesi* üzerinden idrak ettiğimiz ve idraki hissetme yoluyla edinilen malzemeye bağlı olan nesnedir. Terkip ve idrak edilebilmesi için, hissetme yetisi yoluyla edinilen malzemenin şart olması bakımından (yani hissedilenin sadece bu nesneye ait olması bakımından) *a posteriori* nesne ***tikel*** sıfatını almaktadır. Dolayısıyla söz konusu *a posteriori* nesne, bir önceki bölümde de ortaya koymaya çalıştığımız gibi, bir yandan hissetmeyle gelen malzemeye, diğer yandan da akıl tarafından temin edilen bireysel bütünlüğe dayanmaktadır. Aklın nesne tesis edici faaliyetini konu alan bir analitiğin asıl hedefi, bu manada tikel olanın, tekilliğinin zemininin belirlenmesidir.

---

33 B136-7.

Görüsel karşılığın, kategoriler vasıtasıyla (nesne üzerinden) tüketilen farklı cihetlerinin, görünün bütününde içerilen bir bütün halinde canlandırılması, aklın, *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünü idrak etmesiyle kaimdir. Muhayyile, *a posteriori* nesnenin akıl tarafından idrak edilen bireysel bütünlüğünü, (kaynak teşkil eden ve bu suretle zamanı kuşatarak aşan ve bu kuşatıcılığı nedeniyle de zamanın bir bütün olarak Saf Ben içerisinde tutulmasını temin eden) bir cihetiyle transandant, diğer bir cihetiyle transandantal fiilin birliğine tabi olarak görüsel karşılıkta canlandırmaktadır. Söz konusu bireysel bütünlüğün, muhayyile vasıtasıyla görüsel karşılıkta canlandırılmasını temin eden saf kalıp ise, daha önce ortaya koyduğumuz gibi *"ardarda birimlerin, ardardalıktan bağımsız haldeki terkibinin (yani ardardalığı aşarak terkip edilmesinin) birliği"*dir. Dolayısıyla tikel *a posteriori* nesnenin tesisi, aklın, kategoriler vasıtasıyla terkip edilenin kavranılmasıyla tesis olunan farklı cihetlerini bir bütün halinde tutmasıyla kaimdir.

Birinci Kritik'te, Kant'ın söylediklerinin bir anlam ifade edebilmesi için, aklın, tikel *a posteriori* nesnenin bireysel bir bütün olarak tesis ve idrak edilmesinde, kategoriler vasıtasıyla saf çoklunun terkibine birlik verilmesi suretiyle tesis edilmiş bulunan farklı cihetleri bir arada tutmasının ve idrak etmesinin zemininde yer alan transandantal fiillerin bir analitiğinin yapılması gerekmektedir.

Akla ait transandantal fiillerin, mahiyet itibariyle müdrikenin transandantal fiillerinden farklı olmaları gerekir. Aklın transandantal bir fiilinin icra ettiği işlev, dışsal olarak (mesela bir bütünün parçaları üzerinden) tefrik edilebilen unsurların bir araya getirilmesi ve birlik içerisinde tutulması değildir. Bu tutuşta, dışsal olarak tefrik edilebilen unsurların, bireysel bir bütün içerisinde tefrik edilebilirliklerine önceliği olan bir birlik verme söz konusudur. Ancak söz konusu bu transandantal fiil neticesinde tesis edilen bireysel bütünlük dahilinde, terkip edilen unsurların dışsal olarak tefrikinden ve tefrik edilebilen bu unsurların kategoriler vasıtasıyla bir birlik içerisinde kavranılmasından söz edilebilir. Görüsel karşılıkta içerilen dışsal

parçaların tesisinin zemininde yer alması ve söz konusu unsurları dışsal olana öncelik taşıyan bir surette kavraması sebebiyle, biz bu tutuşa ***içsel*** sıfatını veriyoruz. Bu itibarla, akıl, transandantal bir yargı vasıtasıyla, tikel *a posteriori* nesnenin kategoriler tarafından birlik verilmiş bulunan farklı cihetlerini ***içsel*** olarak bir arada tutmaktadır.

Kant'a göre, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden transandantal fiil, hissetme yoluyla edinilen malzemeyi, bir yakınlık ve alakayı haiz olan bir çoklu halinde icmal etmektedir. Ayrıca Kant, nesnenin her kategori vasıtasıyla terkip edilen her bir cihetinin birliğini de yine aynı transandantal fiilin birliğine dayandırmaktadır. Sorulması gereken soru, Kant'ın Birinci Kritik'te kurduğu çerçeve dahilinde, aklın, *a posteriori* nesne ile görüsel karşılığının terkip ve idrakinde, tikel *a posteriori* nesneye kazandırdığı bireysel bütünlüğün birliğinin kaynağının, aynı biçimde algılayanın kendini idrak etmesini temin eden düşünme fiilinin birliğine -doğrudan- dayandırılıp dayandırılamayacağıdır.

Kant'ın da ifade ettiği gibi[34] algılayanın kendini idrakinin birliği terkip faaliyetinin zemininde yer alır ve ancak terkip faaliyeti üzerinden bir anlam kazanır. Terkip, esas itibariyle bir yanıyla saf, bir yanıyla ampirik çoklunun bileşenlerinin (dışsal olarak birbirinden ayırt edilebilir surette) bir araya getirilmesiyle kaim olan bir faaliyettir. Oysa tikel *a posteriori* nesneye birliğini kazandıran transandantal fiil, terkip edilen unsurlara birlik verilmesiyle kaim olan bir fiil değildir.

Öyleyse, söz konusu transandantal fiiller vasıtasıyla tesis ve idrak olunan ve tikel *a posteriori* nesnenin tesis ve idrakinin zemininde yer alan, algılayanın kendini idrak etmesini temin eden düşünme fiilinin (yukarıda ortaya koymaya çalıştığımız manasıyla) "transandant" ciheti olmak durumundadır. Aklın transandantal fiillerinde mevcut bulunan saf tasavvurlar vasıtasıyla birliği idrak edilen fiil, transandant ciheti itibariyle algılayanın kendini idrak etmesini temin eden düşünme fiilidir. Bu itibarla da söz konusu transandant fiilin kavranılış

34 A108.

cihetlerini ifade eden idealar aklın transandantal faaliyetinin zemininde yer almak durumundadır.

Aklın transandantal fiilleri vasıtasıyla, nesnenin kategoriler tarafından saf çoklunun terkip edilmesiyle kaim olan cihetlerinin içsel bir surette bir birlik içerisinde tutulması suretiyle tesis ve idrak edilen nesneye biz ***tümel nesne*** adını veriyoruz.[35] Algılayanın kendinin idrak etmesini temin eden fiilin transandant cihetine binaen tesis ve idrak olunan *a priori* görü bütününün tüm görüsel karşılıkların mekânını teşkil etmesinde olduğu gibi, söz konusu fiilin, faaliyetini kuşattığı aklın transandantal fiilleri neticesinde tesis ve idrak olunan tümel nesne de bir anlamda tikel *a posteriori* nesnenin mekânını teşkil etmektedir.[36]

Her bir tikel *a posteriori* nesne, tümel nesne mekânında bireysel bir bütün olarak mevcuttur. Bir başka deyişle, her bir tikel *a posteriori* nesne, tekilliğinin zeminini teşkil edecek surette, tesisi itibariyle tümel nesne bütününe aittir.[37] Bu aidiyet, bir görüsel karşılığın tesisinde yer alan saf çoklunun terkibinin saf görü bütününde içerilmesinden ve görüsel karşılığın, tesisinin saf yanı itibariyle *a priori* görü bütününe aidiyetinden farklıdır. Bu bölümde, Birinci Kritik'in kavramsal zemini üzerinde, Kant'ın nesne tesis ve idrakiyle ilgili düşüncelerini daha kuşatıcı olabilecek bir şekilde geliştirmeye çalıştığımız analitiğin amacı, tikel *a posteriori* nesnenin tekil olarak ait olduğu bütünün, bu bütünle olan bütün-parça ilişkisinin, bu bütünün mahiyetinin ve tesis edilişinin anlaşılmasına yöneliktir. Bir başka deyişle, söz konusu tekilliğin ait olduğu bütünle bağıntısının mahiyetinin anlaşılmasıdır.

---

35 "Tümel" tabirini, alışılagelen bir kullanım biçimiyle, "özellik"e has olan bir manada kullanmıyoruz. "Tümel nesne" tabirinin manası metin içerisinde açıklığa kavuşturulacaktır.

36 Daha önce, *a priori* görü bütününün, aklın transandantal yargılarında mevcut bulunan idealardan kaynaklanan belirlenimleri taşıdığını ifade etmiştik. Tümel nesne de, benzer biçimde idealardan gelen belirlenimleri taşımak durumundadır. Bu durum, yargı ve muhakeme faaliyetinin temellendirilmesi bakımından son derece mühimdir.

37 Bir tümel nesnenin parçası olarak tesis ve idrâk edilen tikel nesne, tümel bütün itibariyle sayıya tâbi/sayılabilir bir bireysel bütünlük kazanır.

Tikel *a posteriori* nesnenin, tesisi itibariyle tümel nesneyle bağıntısı ne bir derleme ne de bir irtibatlandırma bağıntısıdır.[38] Bu terkip bağıntılarına göre terkip edilen unsurlar (terkip edilen bütün itibariyle ister zorunlu olarak birbirlerine ait olsunlar, ister ait olmasınlar), terkip edilen (mürekkep) bütünden bağımsız olarak idrak edilebilme imkânına sahiptirler. Oysa tikel nesne, bireysel bütünlüğünün zemininde tümel nesneye aidiyetinin yer alıyor olması itibariyle tümel nesnenin idrakinden bağımsız olarak tesis ve idrak edilemez. Bir başka şekilde ifade edecek olursak, terkip edilmiş bulunan unsurların (parçaların) idrakinin terkip edilenin (bütünün) idrakine önceliği olmasına karşın tümel nesnenin (bütünün) idrakinin tikel nesnenin (parçanın) idrakine önceliği vardır.

Görüsel karşılıkların bütünlüğü dahilinde, mevcut parçaların sahip olduğu ilişkiyi, görüde birbirinden tefrik edilebilir olan unsurlar arasında tanımlanan bir bağıntı olması itibariyle dışsal olarak adlandıracağız. Buna karşılık olarak, tikel nesne ile tümel nesne arasındaki bağıntıyı, tikel nesnelerin dışsal olarak ayrıt edilebilmelerine imkân sağlaması ve bu itibarla da dışsal bağıntılara önceliği olması sebebiyle içsel olarak adlandıracağız.

Burada üzerinde durulması gereken nokta, görüsel karşılıklar ile görünün bütünü arasındaki alışılmış dışsal bütün-parça ilişkisinin mahiyetinin anlaşılmasının da tümel nesne ile tikel nesne arasındaki içsel bütün-parça ilişkisinin anlaşılmasına bağlı olduğudur. Kant'ın tasnif ettiği bir araya getirme biçimleri, içsel bütün-parça ilişkileri esas alınarak değerlendirilmek durumundadır. Dolayısıyla matematiksel ve dinamik terkip faaliyeti arasındaki ayrım esasa ait değildir; içsel olan ile dışsal olan arasındaki bağıntıya göre ikincildir. Kant ancak nesnenin esasına ait bulunan içsel bütün-parça ilişkisinin muhayyile vasıtasıyla canlandırılmasıyla kaim olabilecek olan dışsal bütün-parça ilişkilerinin bir dökümünü sunabilmiş, sonuç olarak da söz konusu parçaların aynı bütünde içerilmelerinin zeminini kuşatamamıştır.

---

38 Kant'ın görüsel karşılıkların bir teşrihini yaparak, farklı bir araya getirme (Alm. *Verbindung;* Lat. *conjunctio)* biçimlerini tasnif ettiğini (B201-2-a) daha önce ifade etmiştik.

Tekrar edecek olursak, tikel *a posteriori* nesneye görüsel şartları aşan bir bireysel bütünlüğün kazandırılması, tikel nesnenin tekil olarak var olabileceği bir mekân olarak tümel nesnenin tesis ve idrak edilmesini gerektirmektedir. Tikel nesne, tümel nesnenin bütünlüğü içerisinde, bu bütünlük itibariyle bir tekilliğe sahiptir. Bir tikelin bireysel bir bütünlüğe sahip olabilmesini tümel bütünün tesis ve idrak edilmesi temin etmektedir.

Tikel nesne, aklın, kategoriler vasıtasıyla farklı cihetlerden terkip olunmuş bulunan (bir yanıyla saf, bir yanıyla ampirik) çokluyu, içsel bir surette ve Saf Ben'in bütünlüğüne tabi kılacak biçimde bir arada tutmasıyla tesis olunmaktadır. Tümel nesnenin tesis ve idrakinde, söz konusu çoklu, görüde sahip olduğu bağıntıları aşan bir surette *düşünselleştirilirken* aklın transandantal fiillerinde mevcut olan saf tasavvur da belirlenmiş olmaktadır. Tümel nesne bu suretle tesis edilen *düşünsel bir karşılık*tır. Tümel nesne, tesis cihetinden hissetme yoluyla edinilen çokluya (bu itibarla da "tikel" olana) dayanırken, tikel olan, tümel nesnenin tesis ve idraki üzerinden tefrik edilmekte ve bireysel bir bütün olarak tesis ve idrak olunmaktadır.

Herhangi bir görüsel karşılığın görü içerisinde tefrik edilmesinin zemininde dahi tümel bir nesnenin ("bu şey" olarak adlandırabileceğimiz bir kavramın tuttuğu bir tümel nesnenin) tesis ve idraki yer almak durumundadır. Bir tikel *a posteriori* nesnenin görüsel karşılığıyla terkip ve idraki, aklın, tümel bir nesneyi (yargı içerisinde "bu şey" olarak adlandırdığımız bir kavram vasıtasıyla tutulan tümel nesneyi) tesis ve idrak etmesiyle mümkündür.[39]

39 Aristoteles'in, ampiristlerin ve Hegel'in sorgulamaksızın aşikâr olarak kabul ettikleri ve tüm görüsel karşılıklara atfen kullandıkları "bu şey"in zemininde esasen aklın tümel nesne tesis etme faaliyeti yer almaktadır. Ve aklın tümel nesneyi tesis edişi tamamen kuşatılamadan, tecrübenin ortaya çıkışını temellendirebilmek mümkün olamaz. Ampiristler, tikel olanın, aklın tesis ettiği bir tümele ait olmaksızın bireysel bir bütün olarak mevcut olduğunu ve tümel olanın tikel olan bu nesnelerin gruplandırılması ya da listelenmesi yoluyla elde edilebileceğini düşünerek temel bir yanılgıya düşmüşlerdir. Tümel ile tikelin sahip oldukları bütün-parça ilişkisi dikkate alındığında, dışsal parçaları itibariyle ayırt edilebilir olan unsurların listelenmesinin ya da gruplandırılmasının tümeli tesis edemeyeceği aşikârdır. Benzer bir biçimde, tümel nesnenin

2.8. Sonuç

Tümel nesne ile tikel nesne arasındaki bu bağıntının açıklığa kavuşturulması bize, Birinci Kritik'in temel dayanaklarından biri olan ve "kendinde-şey'in temsil edilebilmesinin zemininde yer alan uzay ve zaman formlarının, hissetme yetisine ait formlar olarak düşünme yetisinin dışında tutulması" şeklinde ifade edilebilecek görüşün Kant tarafından benimsenmesinin zeminine bir yorum getirebilme imkânı vermektedir. Ayrıca kanaatimizce, Kant'ın "görü" kavramının esasının anlaşılabilmesi için de Kant'ın uzay ve zamanı neden hissetme yetisine ait formlar olarak sunmuş olduğunun anlaşılması gerekmektedir. Göstermeye çalışacağımız gibi, Kant'ın hissetme yetisinin bağımsızlığını temellendirebilmesi tümel nesnenin tesisinin kuşatılabilmesine bağlıdır.[40]

Kant, uzay ve zamanı hissetme yetisine ait formlar olarak düşünme yetisinin dışında tutmasının zeminini neye dayandırmaktadır? Bu sorunun cevaplanması, Kant'ın transandantal fikriyatının gelişiminin seyri açısından önemlidir. Bu so-

---

tesis ve idraki ile tikel *a posteriori* nesnenin terkip ve idraki arasında zamansal bir öncelik-sonralık bağıntısı yoktur. Dolayısıyla tümel nesnenin tesisini, bugün anlaşıldığı şekliyle, bir endüksiyona (tümevarım) dayandırarak yorumlamak son derece yanlıştır.
Bu hususun, sonsuz kümenin tesisi ve yinelemeli (İng. recursive) fonksiyonlar kuramı açısından önemli sonuçları bulunduğunu düşünüyoruz. Gerek doğal sayılar kümesinin elemanlarının, gerekse doğal sayılar üzerinde tanımlanan fonksiyon ve bağıntıların sıralı n-liler halindeki elemanlarının yinelemeli tanımlar vasıtasıyla tadat edilmelerinin bir kuralını vermek, sonsuz bir küme tesis etmek için yeterli değildir. Sonsuz kümelerin tesisine dair bir incelemeye esas olanın tümel nesnenin tesis ve idraki olduğunu ve matematiksel endüksiyonun esasa dair olmadığını düşünüyoruz. Sonsuz kümelerin tesis ve idraki ile tümel nesne arasındaki bağıntının açıklığa kavuşmamış olmasının yol açtığı ve kümeler kuramını bağladığı düşünülen paradoksların (Russell ya da Cantor Paradoksu gibi) esasında ontoloji bakımından bir paradoks teşkil etmediğini düşünüyoruz. (Bu konudaki görüşlerimiz için Bölüm 3'e bakınız.) Ayrıca ifade etmek gerekir ki, söz konusu yinelemeli tanımlar, varlıksal dayanakları bakımından a priori bir nesne olarak doğal sayıya dayanmak durumundadır. Bu konudaki görüşlerimiz için Bölüm 7 ve Bölüm 8'e bakınız.

40 Kant'ı, kendinde-şey'i, çerçevesinin dışında tutmaya sevk eden hususun ne olduğu, üzerinde düşünmeye değer bir konudur. Bu soruya verilecek cevap, Kant'ın felsefe anlayışını, felsefeye bakışını anlayabilmek açısından önemlidir. Bu konuyu İkinci Kitap'ta Bölüm 5 ve Bölüm 7'de ele alıyoruz.

ruya, Kant'ın Birinci Kritik'ten önceki dönemde yazdıklarını inceleyerek bir yorum getirmek mümkün olabilir. Tümel nesnenin tesisi ve idrakine dair öne sürdüğümüz görüşlere dayanarak, Kant'ın uzay ve zamana dair bu görüşlerinin zeminine dair bir yorum getirebileceğimizi düşünüyoruz.

Kant'ı, idrakin dışında bir kendinde-şey ihdas etmeye ve uzay ve zamanı, hissetme yetisinin saf formları olarak belirlemeye iten neden, bize göre, görüdeki unsurlar arasında mevcut olan dışsal bağıntıların, aklın içsel bir bağıntı üzerinden tesis ve idrak ettiği tümel nesneler vasıtasıyla yakalanamayacak bir cihete sahip oldukları düşüncesidir. Kant'ın Birinci Kritik'ini yazmadan önceki dönemde ortaya koyduğu "örtüşemeyen eşler paradoksu"nun[41] bu bağlamda yeniden yorumlanmaya ihtiyacı vardır. Şu âna kadar vardığımız noktadan bakıldığında, Kant'ı kendinde-şeyin temsilini barındıran ve idraktan bağımsız formları haiz bir hissetme yetisi vazetmeye iten neden, "görü"de, sadece aklın içsel bağıntıları tesis ve idraki yoluyla temellendirilmesi mümkün olmayan dışsal bağıntıların mevcut olduğu düşüncesidir.

Kant, kendi düşüncesini bu açıklıkla ifade etmemiş olsa da tikel bir "sağ el"in idrakini temin eden bir "sağ el" tümel nesnesinin mevcut olmadığını, dolayısıyla düşünme yetisinden gelmeyen bu sağ el-sol el farkının terkip edilen temsillere ait olduğunu ve düşünme yetisinin dışında yer alan ve hissetme yetisinin temin ettiği bir mekânın özelliklerinden gelmesi gerektiğini düşünmektedir. Kant, bizim ifade ettiğimiz biçimiyle, sağ ve sol el arasındaki farkın ve örtüşemezliğin idrakinin tümel nesnenin tesis ve idrakiyle belirlenemeyeceğini öne sürerek dışsal hissin formu olan uzayın, (benzer bir biçimde de, önce ve sonra arasındaki farkın idrakinin tümel nesnenin tesis ve idrakiyle belirlenemeyeceğini öne sürerek de içsel hissin formu olan zamanın) düşünme yetisinin dışında, hissetme yetisine ait formlar olması gerektiğini savunmaktadır. Kant'ın bu düşüncesinin geçerliliğinin değerlendirilmesi Birinci Kitap'ta incelememizin konusunu oluşturmamaktadır.

41 I. Kant (1768).

Ancak görüşümüze göre, söz konusu değerlendirmenin yapılabilmesi, görünün bütününün tesis ve idrakinin tam manasıyla kuşatılabilmesine bağlıdır.[42]

Şu an için üzerinde durmak istediğimiz nokta şudur: Uzay ve zamanı hissetme yetisinin formları olarak ele aldığımızda ve düşünme yetisinden ayırdığımızda, uzay ve zamanın görüde bulundukları haliyle tesisleri ve geometri ile aritmetiğin yapılmasına imkân sağlayacak bir biçimde *a priori* nesneler olarak tesisleri çözümlenmesi gereken problemler olarak karşımıza çıkmaktadır. Uzay ve zamana ait saf çoklunun terkip faaliyetine sunuluşuna dair bu sorunlar bir kenara bırakılır ise, Kant'ın düşüncesinde geometrinin ve aritmetiğin yapılabilmesini temin edecek surette *a priori* uzay ve zaman nesnelerinin tesis ve idrakinin izah edilmesi icap eder. Aklın *a priori* uzay ve zaman nesnelerinin tesisinde ise, tikel *a posteriori* nesnenin tefrik edilmesini temin eden tümel akıl nesnesinin tesis ve idrakinde işaret ettiğimiz sorunlar yeniden karşımıza çıkmaktadır. Dolayısıyla *a posteriori* nesnenin tesis ve idrakine ilişkin yürüttüğümüz incelememiz bizi *a priori* nesnenin tesis ve idrakine ilişkin konuların kuşatılmasının gerekliliğiyle karşı karşıya getirmiştir.

Kant'ın uzayı yalnızca dışsal hissin formu olarak ele almasında ve uzayın kuruluşunun düşünce yetisiyle bağıntısını

42 Uzay ve zamanı hissetme yetisinin formları olarak ortaya koymak, uzay ve zamanın düşünme yetisiyle olan bağıntısının zemininin ortaya konulmuş olduğu anlamına gelmemektedir. Öncelikle, uzay ve zamana ait saf çoklunun terkip faaliyetine nasıl sunulduğunun dikkatli bir biçimde araştırılması gerekmektedir. Algılayanın kendini idrak etmesini temin eden ve Saf Ben'i tesis eden transandantal fiilin, uzayı ve zamanı nasıl icmal ettiği, uzaya ve zamana ait saf çoklunun ne suretle "hıfzedildiği," bu hıfzetme esnasında kendinde-şeyin temsilinden neyin ve nasıl "süzüldüğü" cevaplanması gereken sorulardır. Çünkü esasen bir düşünme fiili olan bu hıfzetme fiili, sağı ve solu, önce ve sonrayı muhayyilenin terkip faaliyetine sunacak bir biçimde hıfzediyor ise, Kant'ın düşünme faaliyeti sonucunda tesis ve idrak edilen tümel nesne üzerinden sağ ve sol elin örtüşemezliğinin idrak edilemeyeceğine işaret eden savının yeniden sorgulanmasını gerektirmektedir. Yok, eğer bu hıfzetme fiili, sağ ve solu, önce ve sonrayı dışarıda bırakacak şekilde saf çokluyu süzüyor ise, kaynağı düşünme yetisi olan kurallara tabi olarak faaliyet gösteren muhayyile, sağ ve solu içerecek bir biçimde görüyü nasıl canlandırmaktadır? Tüm bu soruları İkinci Kitap'ta Bölüm 5'te ele alıyoruz.

kurmamasında ciddi bir eksiklik mevcuttur. Bu eksikliğin anlaşılabilmesi, öncelikle bir şeyin "yer"inin ve buna bağlı olarak da "uzay"ın saf düşünmenin sınırları içerisinde ne ölçüde kurulabileceğinin anlaşılmasını gerektirir. "Yer"in kuruluşundan uzayın kuruluşuna geçilebilmesi ise "yerlerin çokluğu"nun kuruluşunun mahiyetinin anlaşılabilmesine bağlıdır. Bizce "yerlerin çokluğu"na dair bir araştırmaya ihtiyaç bulunmaktadır. Böyle bir araştırmanın anahtarı, başta doğal sayılar olmak üzere *a priori* nesnelerin kuruluşunda yatmaktadır. Kanaatimizce tikel *a posteriori* nesnelerin mekânı doğal sayıların görüsel izlerinin (*Sinn*'lerinin) mevcut olduğu mekândır. Bir yandan yerlerin kalıcı çokluğunun düşünme yetisiyle bağıntısını, diğer yandan da *a priori* bir nesne olarak sayının kuruluşunu bir dizi ontolojik inceleme içerisinde ele alacağız.[43]

Sonsöz

Sayı ve görü üzerine incelememizin daha ileri aşamalarına geçmeden önce bir noktanın üzerinde durmak istiyoruz. Nesnenin içsel kuruluşuna temas olanağı, bizi nesnelerle duyusal temasa mahkûmiyetten kurtarmaktadır. Akıl içsel bir tutuşla nesneleri kendine temsil etmekte ve onlara bir bütünlük kazandırmaktadır. Öte yandan "kendinde olduğu haliyle nesne"ye (Kant'ın kastettiği anlamıyla "kendinde-şey"e değil) nüfuz olanağımız var mıdır? Bu sorunun ele alınması felsefenin geleceği bakımından yaşamsal önemdedir. Burada konuyu matematiğin mahiyetinin anlaşılmasıyla sınırladığımızı belirtmeliyiz. Bu konulara *Matematik ve Metafizik*'in ikinci kitabında geri dönüyoruz.

43 *Bkz. Bölüm 4-6.*

3

Kümenin Kuruluşunun Ontolojik Temelleri ve Russell Paradoksu'nun Yeniden Yorumlanması

Özet

Bu bölümde, geliştirmekte olduğumuz nesne kuramından hareketle küme-eleman bağıntısının mahiyetini açmaya çalışıyoruz. Kümenin tümel bir nesne olarak ele alınması gerektiğini öne sürüyoruz. Küme, bir tümel nesne olarak kurulan ve tikel bir nesneyi belirleyen, bu itibarla da görüsel karşılıkları elemanları olarak içeren bir bütün olarak karşımıza çıkıyor. Küme-eleman bağıntısının ontolojik zemininin açıklığa kavuşturulması Russell Paradoksu'na bir yorum getirebilmemize imkân sağlıyor. Bölüm içerisinde Frege'nin aritmetiğe ilişkin yargıları mantığa indirgeme çabasının ontolojik bakış açısından eleştirisini kısaca sunuyoruz.

Giriş

Frege, *Begriffsschrift*'te[1] temel sorusunun aritmetiğin yargılarının mahiyetini anlamak olduğunu ifade eder. Frege'ye göre, bunun başarılabilmesi, sıra ve sayı kavramlarının mahiyetinin anlaşılmasına bağlıdır. Sıra kavramının, mantıksal sonuç bağıntısına indirgenmesi tasarısı *Begriffsschrift*'in yazılış sebebidir. Frege, sayı kavramının mahiyetine yönelik çalışmalarını da *Grundlagen der Arithmetik*[2] adlı bir başka eserinde ortaya koymuştur. Frege'nin çalışmalarının hemen tamamı, aritmetiğin temellerinin ve yasalarının belirlenmesine adanmıştır. Frege'nin aritmetiği mantıksal bir zeminde tesis etme tasarısı, bilindiği gibi, Russell Paradoksu'yla nihayete ermiş görünmektedir.

İncelememizin bir önceki bölümünde *a posteriori* nesnelerin bireysel bütünlüğünün kuruluşunda aklın işlevi konusuna odaklanmıştık. Aklın, tikel *a posteriori* nesnenin tesisindeki işlevinin açıklığa kavuşturulması bize, küme kavramını, kümenin nasıl tesis edildiğini ve bir küme ile elemanı arasındaki bağıntının mahiyetinin ne olduğunu anlamamızda önemli bir imkân sunmaktadır. Bu imkân, kümelerin tesisine dair yanlış bir anlamaya dayandığını düşündüğümüz "Russell Paradoksu" olarak anılan ifadeye bir yorum getirebilmemizi de sağlamaktadır.

Frege'nin doğal sayıların ve doğal sayıların tabi bulunduğu sıranın temsiline dair benimsediği yöntemin, kapsamlı bir nesne kuramı içerisinde başarılı olabileceğini ifade etmeliyiz. Ancak Frege'nin, ifade ettiğimiz sorunları giderebilecek bir nesne kuramı bulunmamaktadır. Frege, nesnel bağıntıları barındıran düşünsel bir mekândan bahsetmiş,[3] ancak bu mekânın tesisine dair bir çabaya girişmemiş, çalışmalarını, önerme ve dilsel karşılıklar düzlemiyle sınırlamıştır.[4]

Bir sonraki altbölümde, küme-eleman mahiyetine odaklanacağız ve Russell Paradoksu'nun bir yorumunu yapmaya ça-

1 G. Frege (1879).

2 G. Frege (1884).

3 G. Frege (1918-1923).

4 Bu konuda ayrıntılı bir çalışma için *bkz.* T. Armaner (1994).

lışacağız. Daha sonra kümeler ile çoklular arasındaki ayrımın ontolojik zeminine ilişkin bir saptamada bulunacağız. Son olarak Frege'nin doğal sayıların sırasını, biçimsel bir dizge içerisinde temsil olunan çıkarımların sırasına indirgeme projesini kısaca ele alacağız.

3.1. Tümel Nesne Olarak Küme

Kant'ın nesne kuramını derinleştirerek ortaya koyduğumuz çerçeve içerisinden bakarsak, küme-eleman bağıntısının zemininde, tümel nesne ile tikel nesne arasındaki içsel aidiyet bağıntısı yer almaktadır. Bir önceki bölümde ifade ettiğimiz gibi, dışsal olarak tefrik edilebilen unsurların her ne suretle olursa olsun terkibi tümel nesnenin tesisini açıklamamaktadır. Tikel nesne, tümel nesnenin tesis ve idraki üzerinden tefrik edilmekte ve bireysel bir bütün olarak tesis ve idrak olunmaktadır. Tikel *a posteriori* nesnenin bireysel bir bütün olarak tesis ve idrakinin zemininde, içsel olarak ait bulunduğu tümel nesne yer almaktadır. Tikel nesne, tümel nesneye içsel bir surette ait olarak bireysel bir bütünlük kazanırken, tümel nesne de tikel nesnenin farklı cihetlerini içsel bir manada bir arada tutulması üzerinden tesis ve idrak olunmaktadır. Bu itibarla, tesis bakımından tümel nesnenin tikel nesneye önceliği bulunmakla beraber, tümel nesne ile tikel nesne karşılıklı olarak ancak farklı cihetlerden birbirlerine dayanmaktadırlar. Tikel nesnenin bireysel bir bütün olarak tesis ve idrakinden bağımsız olarak tümel nesnenin tesis ve idrakinden bahsedebilmenin imkânı yoktur.

Küme ile elemanı arasındaki bağıntı, tümel nesne ile tikel nesne arasındaki bu bağıntıya dayanmaktadır. Aklın bir küme tesis etmesi demek, elemanın, küme bütününe içsel surette ait kılınarak, küme mekânı içerisinde bireysel bir bütün olarak tesis ve idrak edilmesi demektir. Bu itibarla, kümenin (dışsal manadaki) elemanları arasında bulunan ve akıl tarafından idrak edilen *içsel bağıntı*nın, kümenin elemanlarının tesislerine önceliği vardır. Dolayısıyla herhangi bir özelliğin ifade edilmesi, bu özelliğin dışsal manada bir ortaklık oluşu sebebiyle,

kendisi tümel bir nesne olan bir kümeyi tesis etmek için yeterli değildir. Russell Paradoksu olarak anılan ifadede geçen, "kendi kendilerinin elemanı olmayan tüm kümelerin kümesi"nin yol açtığı tutarsızlığın bir manasının olabilmesi için söz konusu bu şeyin bir tümel nesne olarak tesis edilebilme imkânının ortaya konması gerekir. Tesis edilme imkânı olan bir tümel nesnenin bu nesnenin ismi itibariyle bir tutarsızlığa yol açtığını söylemek, ontolojik cihetten abestir. Tesis edilme imkânı bulunmayan bir şeyi tümel nesne olarak isimlendiren bir ifadenin yol açabileceği bir tutarsızlık ise ontolojik cihetten boştur. Özetlersek, Russell Paradoksu olarak anılan ifadenin ontolojik cihetten bir manasının bulunduğu söylenemez. Yani Russell'ın bu ifadesi, kümelerin tümel nesneler olması bakımından ve sadece bu tümel nesnelerin isimlendirilmesi vasıtasıyla herhangi bir imkânsızlığa yol açmaz.

Bu noktada geliştirmekte olduğumuz nesne kuramımızın temel kavramlarını dikkate alırsak, kümenin bir tümel nesne olduğunu; tikel bir nesneyi belirlediğini; söz konusu tikel nesnenin bir görüsel karşılığı haiz olduğunu; bu itibarla da mümkün görüsel karşılıkların bir alanının mevcut olduğunu iddia etmiş oluyoruz. Ancak matematiğin konusunu teşkil eden kümelerin elemanları ampirik görüde mevcut değildir. Bu durumda, kümeyi *a posteriori* nesnelerin görüsel karşılıklarını elemanlar olarak barındıran tümel nesneler olarak düşünmekte bir zorluk olmamakla beraber, matematiksel nesneler söz konusu olduğunda bir belirsizlik ortaya çıkmaktadır. Bu konuyu önümüzdeki bölümlerde ayrıntılı olarak ele alıyoruz. Şu an için mümkün görüsel karşılıkların alanı ile kümeler arasındaki bağıntıyı daha yakından incelemeliyiz.

3.2. Nesneler ve Kümeler

"F^1 özelliğini sağlayan tek bir nesne vardır" önermesini dikkate alalım. Bu önermeye P_1 diyelim ve biçimsel olarak bu önermeyi ifade edelim:

$$P_1 \equiv \ni x\ (F^1x \wedge (y)\ (F^1y \rightarrow (x=y))$$

Herhangi bir özelliğin/yüklemin bu önermeyi sağladığına nasıl karar veririz?

Bu soruyla neyi kastettiğimizi açıklığa kavuşturmaya çalışalım. İlk olarak, bir kavram bir önermede belli bir yüklem tarafından temsil edilir. Örneğin "yerkürenin bir uydusu olmak" (c_m) kavramını ele alalım. Bu kavram düşüncede bireysel bir nesneyi (t_m) belirler. tm'nin karşılıklarının sayısı (yani g_m) herhangi bir sayı olabilir ve bu sayı zaman içerisinde de değişebilir. (Örneğin yeni bir uydu uzaydan gelip dünyanın yörüngesine girebilir.) Ancak c_m kavramının kendisi, yani "dünyanın bir uydusu olmak," düşüncede biricik bir nesneyi belirlemeyi sürdürür. Bunun anlamı, bizim bir kavrama tayin ettiğimiz karşılıkların sayısının o kavramın içleminden bağımsız olduğudur. Böyle bir tayin etmenin mümkün olabilmesi için karşılıkların çokluğunun kavramların kendilerinden bağımsız olarak mevcut olması ve bizim bu karşılıkların kendilerine temas edebilmemizdir. İncelememizin bu bölümünde, bu ifadenin ikinci kısmıyla ilgili bir tartışmaya girişmeyeceğiz, yani böyle çoklukla temasımızın epistemolojik zemini hakkında konuşmayacağız. Karşılıkların kendilerinin çokluğunun varlığı üzerinde duracağız.

Dolayısıyla eğer kendi düşünüş çizgimizi izlemeye devam edersek, herhangi bir F^i'nin belli bir önermeyi sağlayıp sağlamadığına karar vermenin, kavramın içlemiyle aşinalığımızdan fazlasını gerektirdiğini söylememiz gerekir. Yani sayısal ifadelerde, F^i bir önermeyi ancak ve ancak tikel nesne, t, önermede ifade edilen sayıda karşılığa, g, sahipse sağlar demek durumundayız.

Şu âna kadar söylediklerimizden hareketle şu üç farklı alanı birbirinden ayırt etmeliyiz:

Alan 1: *Kavram*ların alanı. Bu alanda her bir kavram tek bir bireysel nesneyi belirler. Bu alanda nesnel bir çokluğa sahip değilizdir.[5]

5 Kanaatimizce "eşbaşkan," "ortak" vb üleştirimsel kavramlar için de bu belirleme geçerlidir. Bu tür kavramların karşılıklarının bir birey olup olmadığı ya da bir çokluk içerip içermediğini İkinci Kitap'ta Bölüm 2'de ele alıyoruz.

Alan 2: *Önerme*lerin alanı (veya doğruluğun alanı). Bu alanda, kavram ile karşılıklar arasında bağıntı kurulmaktadır. Söz konusu karşılıklar kavramı barındıran açık önermeleri sağlar.

Alan 3: Kavramın belirlediği nesneye karşılık gelen mümkün tikel karşılıkların alanı. Bu alanda gerçek bir çokluktan söz edebiliriz.

İçlemleri itibariyle kümeler birinci alanda, kaplamları itibariyle kümeler ikinci alanda belirlenirler. Söz konusu mümkün tikel karşılıkların çokluları oluşturduğunu söyleyeceğiz. Esas soru şudur: Mümkün tikel karşılıkların kümelerden bağımsız olarak mevcut oldukları söylenebilir mi? Biz, kümelerin çokluların unsurlarının ya da bu unsurların parçalarının üzerinden tanımlandıklarını iddia ediyoruz. Bu iddiamıza zemin teşkil etmek üzere, matematiksel nesnelerin kuruluşuna ilişkin ayrıntılı bir inceleme yürütüyoruz. Bu incelememize girişmeden önce yukarıda ifade ettiğimiz bu üç alanla ilgili bazı saptamalarda bulunmak istiyoruz:

Alan 1'e ilişkin saptamalar:

Bir küme unsurların bir yığını değildir. Bir küme, bir bireyin kendisine içsel olarak ait olduğu bir bütün olarak (daha doğrusu, tümel bir nesne olarak) kurulur. Bir kümenin elemanları (mümkün) tikel karşılıklardan, tikel nesnenin temin ettiği ilkeye göre seçilir.[6] Bir kümenin her bir elemanı, kavram tarafından belirlenen bireysel nesneyle bir ciheti itibariyle özdeş/aynı olan tikel bir karşılıktır. Bunun bir sonucu ise tikel karşılıkların küme mekânı içerisinde özdeş bireyler olarak var olmadıklarıdır. Hatta iki farklı kümede yer alan bir tikel nesne özdeş olarak telakki edilemez. Kümelerin alanında özdeşlik kümeye bağımlıdır.

Alan 2'ye ilişkin saptamalar:

Kümelere kaplam tayini doğruluk vasıtasıyla mümkün kılınır. Belli bir açık önermeyi sağlayan tikel karşılıklar bir kümeye ait kılınırlar.

---

6 Boş küme söz konusu olduğunda, söz konusu biricik bireysel nesne boşluktur; hiçbir tikel karşılık bir boşluk olarak var olmadığı için boş kümenin hiçbir elemanı yoktur. Boşlukla neyi kastetiğimizi Bölüm 4'te açıklığa kavuşturuyoruz.

Alan 3'e ilişkin saptamalar:

Tikel karşılıklar bu alanda mevcutturlar. Yukarıda da ifade ettiğimiz gibi, biz iki ayrı tür nesneyi birbirinden ayırt ediyoruz: *a posteriori* ve *a priori* nesneler. *A posteriori* nesneler, bize, mümkün bir ampirik deneyim üzerinden verilir. *A priori* nesneler ise ancak *a posteriori* nesnelerin kuruluşu ve kavranılışı üzerinden kendilerine temas ettiğimiz nesnelerdir. Biz yukarıda sunulan üç ayrı alana ilişkin söylediklerimizin hem a posteriori hem de *a priori* nesneler için geçerli olduğunu düşünüyoruz. Hem *a posteriori* nesnelerin karşılıkları hem de a priori nesnelerin karşılıkları Alan 3'e aittir. Tikel karşılıkların herhangi bir tümel nesneden (kümeden) bağımsız olarak kendi başlarına var olup olmadıkları ve var iseler tümel nesnenin tesis ve idrakinden bağımsız olarak onlara temasımızın olup olmadığı önemli bir felsefi sorun teşkil eder. *A posteriori* tikel karşılıkların varlığı sorununu İkinci Kitap'ta ele alıyoruz.[7] İncelememizin bu ilk aşamasında amacımız *a priori* karşılıklar olarak matematiksel nesneler mahiyetinin anlaşılmasıdır. Bu konudaki incelememizi Kısım II'de sürdürüyoruz. Düşüncemize göre, saf görüde inşa edilen ve böyle bir inşayı mümkün kılan nesneler kümelerden bağımsız olarak vardır.

Şimdi matematikten bir örnek alalım. F^2 yüklemi "2'den küçük tek sayılar" olsun. c_2 kavramı t_2 bireysel nesnesini belirlesin. 1 sayısı pozitif olduğu ve 2'den küçük olduğu için 2'den küçük başka pozitif tek sayı olmadığına göre, F^2 yükleminin P_1 önermesini sağladığını söyleyebiliriz.[8] Burada doğal sayı olarak Bir açık önermeyi sağlayan bir karşılık olmaktadır. Fakat *a priori* bir nesne olarak Bir hangi mekânda mevcuttur? Bu sorunun cevabı açık değildir.

---

7 İkinci Kitap, Bölüm 2.

8 Benzer biçimde, altkümelerin çokluğunu düşündüğümüzde, altküme bağıntısını önermeler üzerinde tanımlayabiliriz. Eğer Rs kümeler arası altküme olma bağıntısı, S^1x ve S^1y iki ayrı küme ise, bu bağıntıyı şu şekilde tanımlayabiliriz:

$$S^1x \; R_s \; S^1_y \text{ ancak ve ancak } (x)\ (S^1x \rightarrow S^1y)$$

Bu tanım altküme kavramı ile doğruluk arasında karşılıklı bir bağıntı kurmaktadır: "Bir kümenin tüm alt kümeleri," "bir kümenin elemanlarının tüm mümkün bileşimlerini (kombinasyonlarını) belirleyen tüm doğru önermeler" vasıtasıyla elde edilebilir. Başka bir deyişle, doğruluğun alanından karşılıkların alanına bir geçiş söz konusu olmaktadır.

Doğal sayıların kendileri ya da geometrik nesneler olarak noktalar söz konusu olduğunda ne söyleyebiliriz? Daha önce de ifade ettiğimiz gibi, hem doğal sayılar hem de noktalar Alan 3'e ait olmak durumundadır. Doğal sayılar ve noktalar kümelerin varlığından bağımsız olarak mevcut mudur? Nesne kuramımızın gelişim seyri içerisinde şöyle bir noktaya gelmiş bulunuyoruz: Küme ve bir tümel nesne olarak kümenin belirlediği bir tikel nesne ile söz konusu kümenin mümkün elemanlarının mevcut olduğu mekân birbirinden farklı olmak durumundadır. Kantçı bir terimle söylersek, söz konusu mümkün elemanlar saf görüde mevcut olmalıdırlar. Fakat nasıl? Söz konusu saf görüyle hangi mekânı kastediyoruz? Bu sorunun cevabını Kısım II'de Matematiksel nesnelerin inşasını ele alırken vereceğiz. Ancak saf görünün matematiksel nesnelerin inşa edildiği mekân olarak mahiyetinin anlaşılması, nesne ile sayı arasındaki bağıntının açılmasını gerektirmektedir. Bu ise bir sonraki bölümün, Bölüm 4'ün konusunu teşkil etmektedir.

3.3. Sonuç

Frege'nin doğal sayıları bir küme kuramı geliştirerek tesis etme çabası yöntem olarak doğru görünmesine karşın, küme-eleman arasındaki bağıntısının ontolojik zemininde yer alan tümel nesne ile tikel nesne arasındaki içsel bütün-parça ilişkisinin mahiyetini ortaya koyan bir nesne kuramına sahip olmadığı için sözde bir paradoksla nihayetlenmiştir.

Sonuç olarak, Frege'yi ve Frege'yi izleyerek dil ve mantığa dair ortaya konan çalışmaları matematiğin ve mantığın temellendirilmesinde esas alan yaklaşımlar, konuyu, aklın nesne tesis edici faaliyetinden ve muhakeme faaliyetinden kopararak, bir yandan ontolojinin esasıyla ilgisi olmayan birtakım sorunlar ortaya çıkarmış, öte yandan da matematik ve matematiksel mantıkta elde edilen sonuçların yorumlanabilmesi imkânını ortadan kaldırmıştır.

İncelememiz içerisinde ortaya koymaya çalıştığımız gibi, Kant'ın görüşleri değerlendirilmesinin ötesine geçen bir derinleşme çabasıyla geliştirildiğinde, ortada Russell'ın ifade

ettiği şekliyle bir paradoksun olmadığı görülecektir. Frege, Kant'ı izleyen hemen tüm düşünürlerin yaptığı gibi, nesnenin tesis ve idrakine dair ontolojik bir çalışmayı göz ardı etmiş, tesis ve idrak yoluyla kuşatamadığı nesneleri (kavramları) var kabul edip fikri faaliyetin esasına yerleştirerek, görünüşte bir "paradoks"la karşı karşıya kalmıştır.

Bu bölümü sonlandırmadan önce, Frege'nin doğal sayıların sırasını çıkarımların sırasına indirgeme projesiyle ilgili bir noktaya dikkat çekmek istiyoruz. Frege doğal sayıların tabi bulunduğu sıranın tesisini, önermeler arasındaki mantıksal çıkarım bağıntısına dayandırmaya ve söz konusu mantıksal çıkarımları da işaretleri esas alan biçimsel (*İng. formal*) bir sistem içerisinde temsil etmeye çalışmıştır. Frege, önermenin mekânını ontolojik bir temellendirme yapmadan esas almış, ancak bu mekânı aklın ve sayının kuşattığını görememiştir. Frege, gerek yargıların nesne olarak tesis ve idrakiyle kaim olan önermelerin sıralanmasının, gerekse bu önermelerin ve unsurlarının görüsel olarak temsilinin sıralanmasının doğal sayıya dayanmak zorunda olduklarını görememiş ve tesis etmek istediği şeyi tesis faaliyetinde varsayarak bir döngüselliğe sebebiyet vermiştir. Gödel'in tamamlanamazlık teoremlerinin gösterdiği, bu döngüselliğin ortaya konulmasından ibarettir.[9] Frege'nin projesinin sıraya ilişkin cihetini biçimselciliğin kapsamlı bir eleştirisini sunduğumuz Kısım III'te ele alacağız.

---

9 *Bkz. Bölüm 8.*

4

A posteriori Nesnelerin Analitik Kuruluşu ve *A priori* Nesneler Olarak Sıfır ve Bir

Bu bölümde *a posteriori* nesneleri analitik bir açıdan ele alıyoruz. Nesnelerin bireyselleştirilmesi ve ayrılması sürecine odaklanıyoruz. Bireysel bir bütün olarak inşa edilen tikel nesnenin Bir'in görüdeki izini haiz olduğunu gösteriyoruz. Söz konusu nesnenin belirsiz olandan ayrılmasının Sıfır'ın görüdeki izini gerektirdiğini ortaya koyuyoruz. Nesne düzeyinde Sıfır'ın görüdeki izi marifetiyle gerçekleştirilen ayırma, sevkedici düşünme etkinliğinde bir çelişki olarak ifade edilmektedir. *A priori* nesneler olarak Bir ve Sıfır olmaksızın tikel nesnenin kurulması ve kavranılması kuşatılamaz.

Giriş

Bu bölüm Kant'ın transandantal düşüncesinin derinleştirilmesine ilişkin incelememizin son bölümünü içermektedir. Şu âna

kadar elde ettiğimiz sonuçlar, doğal sayıların *a priori* nesneler olarak kuruluşuna ilişkin yeni bir bakış açısı sağlamaktadır.

Burada *a posteriori* nesnelerin kuruluşunu analitik bir bakış açısından ele alıyoruz. Nesnelerin belirsiz olandan ayrılması ve bir birey olarak kurulmasına odaklanıyoruz. Bireysel bir bütün olarak kurulan *a posteriori* nesnenin Bir'in *Sinn*'ini; belirsiz olandan ayrı olarak kurulması itibariyle de Sıfır'ın *Sinn*'ini haiz olduğunu gösteriyoruz. Nesne düzeyinde Sıfır'ın *Sinn*'iyle kaim olan ayırma, sevkedici düşünme içerisinde bir çelişkiyle ifadesini bulmaktadır. İddiamıza göre, Sıfır ve Bir'in görüsel izleri olmaksızın *a posteriori* nesnenin kuruluşu ve kavranışı kuşatılamaz.

4.1. Yöntem Hakkında

Daha önce Bölüm 1 ve Bölüm 2'de ifade ettiğimiz gibi, "nesne" terimini özel bir anlamda kullanıyoruz. Nesnenin mekânı düşüncedir ya da Kant'*ın ifadesiyle yargıdır. Nesne bir birey olarak düşüncede var olur. Görüsel bir karşılığa sahip olan nesne ise a posteriori* nesne olarak adlandırılır. *A posteriori* nesne, görüsel karşılığıyla birlikte kurulan ve kavranılan bir nesnedir. Bir *a posteriori* nesne terkip edilip kurulması için hissi bir malzemeye ihtiyaç duyulduğu için görüsel bir izi, bir *Sinn*'i, haizdir. Bir başka deyişle, bir *a posteriori* nesnenin *Sinn*'i, görüsel karşılığının terkip edilmesinde mevcut olan hissi malzemedir. Bu itibarla, bir nesnenin görüdeki izinin tanımını şu şekilde verebiliriz:

> ***Sinn*'in tanımı:**
> Bir y nesnesinin *Sinn*'i x'tir, ancak ve ancak
> 1. x, y'nin görüsel karşılığı olarak var olur, ve
> 2. x, y'nin bireysel olarak kavranılması üzerinden düşünselleştirilir, ve
> 3. x duyusal alanda, y düşünce mekânında var olduğu sürece var olur ise.

Bu tanım itibariyle, üç unsuru birbirinden ayırt etmemiz gerekir:

1. Bir birlik olarak nesne
2. Terkip kuralları
3. Hissi malzeme (*Sinn*).

Şimdi bu tanımdan hareketle *a priori* nesneleri ve onların mümkün *Sinn*'lerini dikkate alalım.

Kant'ın matematiksel yargıları transandantal *Schein* kapsamında değerlendirmediği ve hatta tezahürlere dair evrensel bir geçerliliğe sahip bulunan yargılar olarak ele aldığı aşikârdır. Matematiksel yargıların *Schein* olmaktan çıkarılması, matematiksel nesnelere bir *Sinn* tayinini zorunlu kılmaktadır. Kant'ın matematiksel kavramların saf görüde inşa edildiklerine dair görüşleri bu bağlamda değerlendirilmelidir. Kant'a göre saf görü, matematiksel nesnelerin *Sinn*'lerini barındıran bir mekândır. Saf görünün bu yönüyle ele alınması Kant'ın matematiksel nesnelere ve yargılara dair görüşlerinin değerlendirilmesi açısından esastır.

Öyleyse, *a posteriori* nesnelerle benzer bir biçimde *a priori* bir nesneden ve *a priori* nesnenin *Sinn*'inden söz edilebilir mi? Bu sorunun cevabı hem evet hem hayır olmak durumundadır. Bu soruya "evet" cevabı verilebilir, çünkü Kant, matematiksel nesneleri saf görüde inşa edilebilirlik üzerinden ele almaya yönelmiş ve bu itibarla da saf görüde mevcut olan çoklu itibariyle matematiksel nesneye bir *Sinn* tayin etme yoluna gitmiştir. Öte yandan aynı soruya "hayır" cevabı verilebilir, çünkü *a priori* nesnenin mevcudiyeti ve mekânı hakkında Kant'ın söylediği hiçbir şey yoktur. Sözünü ettiğimiz incelememizde vurguladığımız gibi Kant kendi-başına matematiksel nesneyi, yani *a priori* nesneyi, çerçevesinin dışında bırakarak matematiksel nesnenin kuruluşunu kuşatabilmesi mümkün değildir.

Bu noktada *a priori* nesne ya da matematiksel nesneyle neyi kastettiğimizi daha açık ifade etmek istiyoruz. Kant'ta matematiksel nesnelerin kuruluşuna yönelik incelememizde ifade ettiğimiz gibi sayı şemasına göre kurulan nesneler ile sayının kendisini birbirinden ayırmamız gerekmektedir. Bu bölüm dahilinde asli *a priori* nesne olarak sayının kuruluşunu sayıların *Sinn*'leri üzerinden kuşatmaya yöneleceğiz. Bir önceki paragrafta altını çizdiğimiz eksiklik doğal sayıların saf görüde inşa

edilebilirliğiyle ilgilidir. Sıfır'ın ve Bir'den başlayarak diğer doğal sayıların herhangi bir *Sinn* üzerinden nasıl kuşatılabileceğini bu bölüm dahilinde ele almaya çalışacağız.

Hatırlanacağı üzere Kant, birimleri ardarda yeniden üretenin bir görü olduğunu söylemekte ve bunu zamanın yeniden üretimine bağlamaktadır:

> Tüm büyüklüklerin (*quantorum*) dışsal his önündeki saf imgesi uzaydır; genel olarak, duyuların tüm nesnelerininki ise zaman. Ama saf büyüklük (*quantitatis*) şeması, kavrama yetisinin bir kavramı olarak, *sayı*dır – birimin birimle (türdeş) ardışık toplamını kapsayan bir temsil. Öyleyse sayı genel olarak türdeş bir görünün çokluğunun bireşiminin birliğinden başka bir şey değildir ve görünün ayrımsanmasında zamanın kendisini üretmem yoluyla ortaya çıkar. (A142- B182)

Ancak burada birimlerin kuruluşunu belirsiz bırakılmaktadır. Ne uzayda ne de zamanda "tane" bulunmadığına göre uzayın ya da zamanın saf görüsünden hareketle birim fikrine ulaşmak mümkün görünmemektedir. Söz konusu "tane"nin nesnelerin bilgisinden türetilmesi de söz konusu olamaz. Çünkü Kant'a göre, nicelik kategorisinin şeması olarak sunulan sayı olmaksızın herhangi bir nesnenin nicelik cihetinden kavranılması ve dolayısıyla bir nesne olarak kurulabilmesi mümkün değildir. Öyleyse birim fikrinin kaynağı ne olmak durumundadır?

Biz "birim" kavramının kökenine inebilmek için nesnenin kuruluşuna bakmanın gerekli olduğunu düşünüyoruz. Burada, Bölüm 2'de, Kant'ta *a posteriori* nesnenin kuruluşuna ilişkin geliştirdiğimiz eleştiriden hareketle, doğal sayılara *Sinn* tayin edilmesine ilişkin yeni bir çerçeve sunacağız. Söz konusu bu çerçeve Kant'ın nesne kuramının sınırlarını aşmaktadır. Bizce doğal sayı *a priori* nesne olarak *a posteriori* nesnenin kuruluşunda belirleyici olmak durumundadır. Aksi takdirde *a posteriori* nesnenin kuruluşunun kuşatılması mümkün değildir. Doğal sayının *a priori* bir nesne olarak ele alınmasıyla neyi kastettiğimizi aşağıda açıklamaya çalışacağız.

4.2. Tikel *A posteriori Nesnenin Kuruluş*unun Zemini Olarak "Sıfır"ın *Sinn'i*

Bölüm 2'de ortaya koymaya çalıştığımız gibi, tikel *a posteriori* nesne, tümel nesnenin içsel parçası olarak kurulur ve muhayyile tarafından görüde canlandırılır. Bu ifade tikel *a posteriori* nesnenin nasıl sentezlendiğini ve kavranıldığını açıklamak bakımından önemlidir. Ancak söz konusu nesnenin kuruluşunun analitik ilkesini bize sunmaz. Kuruluşun analitik ilkesiyle kastettiğimiz, nesnenin ne olduğundan bağımsız olarak salt bir nesne olması bakımından nasıl kurulduğunu ortaya koymaktır.

Analitik bakımdan öncelikle belirtilmesi gereken nokta, tikel *a posteriori* nesnenin "biricik" olduğudur; tikel *a posteriori* nesne tümel nesnenin içsel parçası olarak *tek bir nesne* olarak kurulur. Öte yandan, her bir tikel *a posteriori* nesne, söz konusu *a posteriori* nesne olmayan tüm diğer nesnelerden ayırt edilerek kurulur. Bir bakıma, tümel nesnenin tesis ve idrak edilmesi üzerinden mümkün nesnelerin belirsiz (sonsuz) mekânında bir tikel *a posteriori* nesne tefrik ve idrak edilir. Dolayısıyla öncelikle, tikel *a posteriori* nesne, mümkün nesnelerin sonsuzluğunu/belirsizliğini varsayar.

Şimdi asıl ele alınması gereken konu, tikel nesnenin o nesne olmayan nesnelerin belirsizliğinden ayrılmasının/tefrik edilmesinin ilkesidir. Söz konusu bu tefrik/ayırt etme neye istinaden gerçekleşecektir? Herhangi iki şeyi birbirinden ayıran nedir?

Bu ayrım ampirik bir zemine dayandırılamaz. Bu yapıldığında ayrım öznel bir hal alır ve ampirik zeminli ayrım aynı ölçüde açıklanmaya muhtaçtır. Örneğin hissi iki içeriği ses ve sessizlik olarak ayırmak duymayan birisi için bir anlam ifade etmez. Eğer buradaki öznellik aşılacaksa nicelik kategorisi devreye sokulur; bu da bizi ayrımın zeminiyle ilgili araştırmanın başına döndürür. Bunun nedeni, iki niceliğin ayrılmasının dahi bir ayırmayı varsaymasıdır.

Öte yandan, tikel *a posteriori* nesne düşünsel bir mekânda mevcut olması ve düşünsel olarak kurulması ve kavranılması nedeniyle, uzamsal bir varoluşa sahip değildir. Dolayısıyla

söz konusu tikel *a posteriori* nesnenin, sonsuzdan/belirsizden ayırt edilmesi uzamsal bir ayırma yoluyla olamaz. Hatta burada, uzamsal olarak iki şeyin ayrılmasının zeminine ilişkin bir tartışma yürütülmektedir. Eğer düşünsel olarak iki şeyin ayırt edilmesinin zemini açılabilirse, muhayyilenin bunu canlandırabilmesinden söz edilebilir ve bu itibarla da uzay görüsünün, Kant'ın anlattığından tamamen farklı bir açıklamasına ulaşılabilir.[1]

Düşüncede bir şeyi kavramak o şey ile o şey olmayanı ayırmaktır. Bir şey olmak, o şey olmamaktan ayrılmakla gerçekleşir. Bu düşünce içerisinde bir olan, olmayanla kuşatılmış olarak düşünülür. Bizim görüşümüze göre, tikel *a posteriori* nesne sonsuzdan/belirsizden uzaysal olmayan bir boşlukla ayrılır.

Dolayısıyla bir, bir-olmayanın belirsizliğinden ayrılarak kurulur. Boşluk ve belirsizlik düşüncede bir'in kuruluşunun zemininde yer alır. Bu belirsizlik bir başka bir'in kurulmuşluğunu gerektirmez. Bu itibarla, bir şeyin düşünülmesi çokluğu gerektirmez. Düşünce her bir ânında tek bir şeyi bu şekilde düşünür.

Bir şeyin bir birlik içerisinde düşünülmesi, söz konusu şeyin düşüncede var kılınması demektir. Düşünülen şey, kavramların birbirine sevk edilmesiyle kaim olan düşünceye önceliği olacak biçimde, düşünüleni X'le temsil edersek, "X vardır" düşüncesi içerisinde tutulur. Bu itibarla, "vardır" sevkedici düşünme içerisinde mevcut bir yüklem değildir. Söz konusu tüm yüklemlemelere önceliği olacak biçimde nesnenin kuruluşunda mevcuttur.

"X vardır" düşüncesi, "X olmayan vardır" ve "X ve X-olmayan bir boşlukla ayrılır" düşüncelerini zorunlu olarak içerir. Kavramların birbirine sevk edilmesiyle kaim olan yargı düzeyinde bu ayırma çelişmezlik ilkesiyle ifade edilir. Düşünülenler arasındaki boşluğun kendisi yargıda çelişki olarak ortaya çıkar. Bu çelişki, "bir olanın bir-olmayanla aralarında boşluk yokmuşçasına düşünülebilmesi" biçiminde ifade edilebilir. Bir başka ifadeyle, boşluk "X ve X-olmayandır." Bu itibarla, nesne

1 Bu konuyu İkinci Kitap, Bölüm 5'te ele alıyoruz.

düzeyinde mevcut olan boşluğun çelişkiye önceliği bulunmaktadır.

Görsel biçimde ifade edersek, tikel *a posteriori* kurulması demek aşağıdaki gibi bir bütünlüğün kurulması demektir:

X	Boşluk	X-olmayan

Bu bütünlük mantığın sınırları dahilinde önermelerle ifade edilebilir mi? Aslında, "X vardır ve X-olmayan değildir" biçiminde ifade edilen çelişmezlik ilkesi bu bütünlüğün ifadesidir. Bu itibarla, X'in X-olmayandan bir boşlukla ayrılmasının yargı içerisindeki karşılığı "değilleme" olmaktadır. Daha yakından bakarsak, söz konusu "değilleme," yani "X, X-olmayan değildir" önermesindeki değilleme, ontolojik bakımdan, "X, X-olmayandan bir boşlukla ayrılır" önermesine çözümlenebilir. Bir başka deyişle, "X, X-olmayan değildir" demek, "X ve X-olmayanı bir bütün haline getirerek ayrılmaz kılacak biçimde hem X hem de X-olmayan bir boşluk mevcut olamaz" demektir. Bu itibarla, boşluk, sevkedici yargı düzeyinde bir çelişkide ifadesini bulur. Bu çelişkiyi "Düşünsel mekânda hem X hem de X-olmayan vardır" önermesiyle ifade edebiliriz. Sonuç olarak tikel *a posteriori* nesneyi sonsuzdan/belirsizden ayıran boşluk mantıksal olarak bir çelişkiyle ifade edilebilmektedir.

Ancak burada karşımıza çok önemli bir sorun çıkmaktadır. Söz konusu bu boşluk, nesne düzeyinde ne anlamda mevcut olmakta ve nasıl kavranılmaktadır? Düşünsel düzeyde bir çelişki ifade edilse dahi bu düşünce yoluyla bir nesne kavranılmış olmaz. Öyleyse bu sorun nasıl çözülecektir?

Burada karşımıza tek çözüm yolu nesne kuramı itibariyle sahip olduğumuz bir ayrımdan gelmektedir: nesne ve *Sinn*. Ancak burada söz konusu olan nesne *a posteriori* bir nesne olamaz. Çünkü *a posteriori* nesne söz konusu ayrıma ve bu ayrımın ilkesi olan boşluğa dayanarak kurulmaktadır. Öyleyse burada kurulan ve kavranılan nesne *a priori* bir nesne olmalıdır. Burada "*a priori*" terimiyle kastedilen ampirik olandan tamamen bağımsız olmak anlamında saf düşünsel değildir. *A*

posteriori nesnenin, yani ampirik olanın kurulmasında işlevsel olan ancak kendisi ampirik olmayan anlamında *a priori*'dir.

Dolayısıyla nesne düzeyinde söz konusu boşluk *a priori* bir nesnenin *Sinn*'i olarak ele alınabilir. Bu nesne matematiksel/*a priori* bir nesne olarak "Sıfır"dan başkası değildir. Boşluk sıfırın *Sinn*'ini haizdir ve buna karşılık olarak sıfırın kuruluşu ve kavranılışı *a posteriori* nesnenin bireysel bütünlüğünün kurulması üzerinden gerçekleşir.

Benzer bir düşünüşle her bir tikel *a posteriori* nesnenin Bir'in *Sinn*'ini haiz olduğunu öne sürebiliriz. Bunun anlamı *a priori* bir nesne olarak Bir'in, tikel *a posteriori* nesnenin kuruluşu üzerinden kavranıldığıdır. Tikel *a posteriori* nesne, bireysel bir bütün olarak kurulması Bir'in ve diğer mümkün nesnelerden ayrılması itibariyle Sıfır'ın *Sinn*'ini haizdir. Sıfır'ın *Sinn*'i üzerinden nesne düzeyinde gerçekleştirilen ayrım yargıda bir çelişki olarak ifade edilir.

Benzer bir düşünceyle, bir *a posteriori* nesnenin, *a priori* nesne olarak Bir'in *Sinn*'ini haiz olduğunu söyleyebiliriz. Bunun anlamı ise, *a priori* bir nesne olarak Bir'in, tikel *a posteriori* nesnenin bireysel bir bütün olarak kuruluşu üzerinden kurulduğu ve kavranıldığıdır. Artık "birim" dediğimiz şeyin mahiyeti hakkında tatmin edici bir açıklama verebiliriz. Bir "birim," *a priori* bir nesne olarak Bir'in *Sinn*'ini haiz olarak kurulması itibariyle herhangi *a posteriori* nesnedir.

4.3. Sonuç

Sonuç olarak, bir *a posteriori* nesne bireysel bir bütün olarak kurulması itibariyle Bir'in, belirsiz olandan ayrılması itibariyle de Sıfır'ın *Sinn*'ini haizdir. Nesne düzeyinde Sıfır'ın *Sinn*'iyle kaim olan ayırma, sevkedici düşünme içerisinde bir çelişkiyle ifadesini bulmaktadır. *Apriori* nesneler olarak Sıfır ve Bir olmaksızın tikel nesnelerin kuruluşu ve kavranılışı kuşatılamaz.

Şimdi *a posteriori* nesneler, terkip kuralları ve hissi malzeme (*Sinn*) hakkında en başta söylediklerimizi hatırlayarak benzer bir üçlemeyi *a priori* nesne için tekrarlayalım:

1. Bu kez, Sıfır ve Bir nesnelerdir; ancak *a posteriori* değil, *a priori* nesnelerdir.
2. Terkip kuralları yerine ayırma ilkesi ve bireysel bütünlüğün kuruluşu ilkesi bulunmaktadır.
3. Hissi malzemenin yerini ise birimler olarak ve bir çokluğun unsurları olarak *a posteriori* nesnelerin kendileri almaktadır. Bu itibarla, *Sinn* bir nesnenin (bu durumda *a priori* bir nesnenin) **görüdeki** izi, yahut **görüsel** izi olarak adlandırılabilir.

Şu âna kadar söylediklerimizi şu şekilde özetleyebiliriz: bireysel bütünün kuruluşu sonsuzu/belirsizi var saymaktadır ve bu kuruluşla Sıfır ve Bir *Sinn*'e sahip olarak kurulmakta ve kavranılmaktadır. Dolayısıyla matematiksel nesneler olarak Sıfır ve Bir'in *Sinn*'i nesnelerin kurulduğu ve ayırt edildiği mekânda mevcuttur. Öyleyse Sıfır ve Bir'in idraki olmaksızın bireyin kuruluşundan söz edilemez. Sonuçta "*A priori* nesnenin *Sinn*'ini haiz bir mekânın görüsü deneyimleyende mevcuttur," demek durumundayız.

Sonsöz

Benzer bir düşünüşle diğer sayıların kuruluşları ele alınabilir mi? Bu konu esasen çokluğun düşüncede kurulabilmesiyle ilgilidir. Çünkü çokluk iki ve daha fazla şeyin mevcut olmasıyla tanımlanmaktadır. Bu noktada çokluğun düşüncede kuruluşuna ilişkin böyle bir incelemeye gerek bulunup bulunmadığı sorulabilir. İlginçtir ki böyle bir inceleme düşünce tarihinde gerçekleştirilmemiştir. Birlik düşüncenin sınırları içerisinde ele alınırken çokluğun kaynağı hemen her zaman duyusal olana atfedilmiştir. Bunun nedenlerini ve tarihsel seyrini, İkinci Kitap'ta ayrı bir bölümde ele alıyoruz. Çokluğun düşüncenin sınırları içerisinde kurulması sorununu ise bu kitapta inceliyoruz.

KISIM II

MATEMATİKSEL NESNELERİN İNŞASI

Matematik felsefesiyle ilgilenen hemen herkes Kant'ın matematiksel yargıları sentetik *a priori* olarak sınıflandırmasını bilir. Öte yandan matematiksel yargıların neye istinaden doğru olduğunu, yani saf görüde inşayla Kant'ın neyi kastettiği hemen her zaman muğlaklığını korumuştur.

Öncelikle Kant'ın nesneyi bir birlik verme fonksiyonu neticesinde kurulan bir şey olarak düşündüğünü hatırlayalım (A68 ve A105). Söz konusu fonksiyonun "verili unsurlarından değerlerine gitmek" Kant'a göre bir inşayı gerektiriyor görünmektedir. Matematiksel nesneler söz konusu olduğunda bu inşanın malzemesi, yapılabilme koşulları ve mekânı bu kısmın konusunu teşkil etmektedir.

İlk bölüm Kant'ın saf görüde inşayla neyi kastettiğini açmaya yöneliktir.

İkinci bölüm ise Kant'ın kendi düşüncesinde yönelmediği bir sorunu, saf inşa mekânının kuruluşu problemini ele almaktadır.

5

Turing Makinesi ve Sadece Cetvel ve Pergelle İnşa Edilebilen Büyüklükler/Figürler

Özet

Bu bölümde öncelikle, Kant'ın saf görüyle ne kastettiğinin yeterince anlaşılamadığını iddia ediyoruz. Kant'a göre, saf görüde gerçekleştirilen herhangi bir inşa nicelik kategorisinin şemasına tabidir. Bu şema, türdeş birimlerin ardarda bir terkibinden ibarettir. Kant, söz konusu şemanın sayı kavramı tarafından temin edildiğini öne sürer. Dolayısıyla tüm saf inşa etkinliği sayıya tabi olmak durumundadır. Kant'a göre, herhangi bir nesne ancak terkip etkinliği dolayımıyla kavranılabilir. Dolayısıyla matematiksel nesnelerin varlığı, terkîp terkip yoluyla kavranabilir olmakla sınırlandırılmıştır. Bu sınırlandırma gerek aritmetiksel ve geometrik nesnelerin kuruluşu için zorunlu olan temel matematiksel nesneler, yani sayılar,

gerekse de inşa edilen bu aritmetiksel ve geometrik nesneler için geçerlidir.

Bu bölümde biz incelememizi aritmetiksel ve geometrik nesnelere hasrediyoruz ve şu sonuçları ortaya koyuyoruz:

1. Saf görüde inşa terkip etkinliğini gerektirir; dolayısıyla nicelik kategorisinin şeması bu inşada işlevseldir. Bir bakıma, bu şema inşanın formunu belirler.
2. Herhangi bir inşa etkinliğinde diğer kategorilerce terkip edilen unsurları ayıklarsak inşanın saf cihetiyle karşı karşıya kalırız. Dolayısıyla saf görüde inşa, saf görüde bir şeyin dolaysız görüsüne sahip olduğumuz anlamına gelmez.
3. Saf görüde inşa edilebilirlik üzerinden kavranılan nesneler matematiksel nesnelerdir.
4. Tüm inşalar sonlu adımda gerçekleştirilir.

Bu noktaları dikkate alarak matematiksel nesnelerin kuruluşunu inceliyoruz. İnşanın maddesi itibariyle geometrik, aritmetik ve saf mekanik inşa biçimlerini birbirinden ayırıyoruz. Sonuçta, saf görüde inşa ile çağdaş hesap kuramında sözü edilen durma problemi arasındaki bağıntıyı ortaya koyuyoruz.

5.1. Matematiksel Nesne ve Görüdeki İzi

Bölüm 1'de Kant'ın **transandantal düşüncesinde belirleyici olan üç temel kavramın,** *Sinn*, *Objekt* ve *Schein* kavramlarının anlamlarını ve birbirleriyle olan bağıntılarını incelemiştik. İfade ettiğimiz gibi, bir muhakeme etkinliğinin "meşru" olabilmesi ve bir tür yanılsamadan ibaret olmaması için, muhakeme içerisinde kavranılan ve çevrilen nesnenin (mümkün) görüsel bir karşılık üzerinden bir görüsel ize (*Sinn*) sahip olması gerekir. Bu çalışmamızda ise, benzer bir düşünce çizgisi izleyerek, matematiksel muhakemenin nasıl "meşruiyet" kazandığını inceleyeceğiz. Bir başka deyişle, matematiksel nesnelerin (sayıların, fonksiyonların, geometrik şekillerin...) ne anlamda ve nasıl bir görüdeki izi haiz olduklarını anlamaya çalışacağız. Göreceğimiz gibi, Kant transandantal düşüncesinde böyle bir düşünce çizgisi izlemektedir.

Hatırlanacağı üzere, Kant'a göre, "görü olmaksızın kavramlar boş, kavramlar olmaksızın görü kördür." Dolayısıyla kavramları (onlara görüde bir karşılık bulmak yoluyla) duyulur hale getirmek de, görüleri (onları kavramların altına düşürerek) kavranılır hale getirmek de eşit ölçüde zorunludur (A51). Dolayısıyla bir kavramın duyulur olabilmesi ona görüde bir görüsel iz tayin edilmesini gerekli kılmaktadır. Bu durum, matematiksel kavramlar için de aynı ölçüde geçerlidir.

Bölüm 1 ve Bölüm 2'de açıklamaya çalıştığımız gibi bir kavrama *Sinn* tayin etmek, muhayyilenin etkinliği vasıtasıyla olmaktadır. Muhayyile daha önce sözünü ettiğimiz canlandırma faaliyeti yoluyla kavramların duyulur hale gelmesinde temel bir işlev icra etmektedir. Muhayyilenin, *a posteriori* nesnenin kurulması ve kavranılması sürecinde icra ettiği canlandırma faaliyetini iki ayrı cihetten ele almak mümkündür: Muhayyilenin faaliyeti sonucunda hissetme yetisi yoluyla edinilen malzemenin zaman formundan geçirilmesi neticesinde kalan izler *düşünselleştirilmekte* ve bu düşünselleştirilenin karşılığı olarak, hissetmeyle gelen izler, görüde *gör(ü)selleştirilmektedir*. Esasen *düşünselleştirme*, kavranılır hale getirme iken, *gör(ü)selleştirme* ise algılanır hale getirmedir. Şimdi bu bilgilerin ışığında matematiksel nesnelerin inşası bakımından asli bir öneme sahip olduğu için nicelik kategorisinin şemasını ele alalım.

Kant'a göre müdrikenin bir kavramı olarak sayı nicelik kategorisinin şemasıdır:

> Tüm büyüklüklerin (*quantorum*) dışsal histeki saf imgesi/resmi uzaydır; genel olarak tüm duyuların nesneleri için ise zamandır. Öte yandan büyüklüğün (*quantitatis*) saf şeması ise müdrikenin bir kavramı olarak sayıdır. Sayı (türdeş) bir birimin bir diğerine ardarda eklenmesini bir araya getiren/özetleyen temsildir. Bu sayı genel anlamda türdeş bir görünün terkibinin birliğinden başka bir şey değildir, çünkü ben görünün kavranılışında zamanın kendisini var kılarım/üretirim. (A142- B182)

Nicelik şeması, bu itibarla, niceliğe ilişkin tüm kavramların inşasında işlevsel olduğundan aritmetiğin ve geometrinin tüm nesnelerinin inşası için de zorunludur. Bu anlamda, müdrike-

nin bir nesnesi olarak sayı herhangi bir matematiksel nesnenin inşası için temel teşkil eder.

Sayı şeması, görüsel karşılıkların matematiksel bütün-parça bağıntılarının canlandırılmasında işlev görür. Bir şema olması itibariyle, *a priori*'dir; bu şema olmaksızın görüsel karşılıklar matematiksel bütün-parça bağıntısına sahip olacak biçimde kurulamazlar. Burada matematiksel bütün-parça bağıntısıyla kastedilen, görüsel karşılığın unsurlarının birbirleriyle zorunlu olarak irtibatlandırılmaksızın terkip edilmesidir. Bir örnek olarak, bir üçgenin kenarlarından her biri diğer kenarlardan bağımsız olarak temsil edilebilir. Matematiksel olmayan (dinamik) bağıntılarda ise böyle bir durumdan söz edemeyiz. Örneğin cevher ile araz birbirine zorunlu olarak bağımlı olduklarından, bir eşyanın rengini eşyadan bağımsız temsil edemeyiz.

Burada vurgulamamız gereken nokta, bu şemanın sayı kavramının şeması olması ve sayının da müdrikenin mekânına ait olmasıdır. Öte yandan, bir kavram olarak sayı terkip etkinliğinden bağımsız olarak "kör"dür. Bu itibarla, Kant'ın yaklaşımına göre terkip etkinliğinin kavrama önceliği bulunmaktadır.[1]

Kant'a göre bir nesne olarak kurulan şey ancak terkip etkinliği üzerinden kavranılabilir. Kant, bu suretle, matematiksel nesnelerin varlığını, terkip etkinliği üzerinden kavranabilirlik ya da yakalanabilirlikle sınırlar. Bu sınırlama, temel (tüm inşaların temelinde zorunlu olarak yer alan) matematiksel nesne

---

1 Bu durum ontolojik bakış açısından kabul edilebilir midir? Biz böyle düşünmüyoruz. Sayının kuruluşu ontolojinin temel problemlerinden biridir. Kendimize, Bölüm 4'teki tartışmayı da dikkate alarak, zamanın parçaları olarak taneleri içermediği göz önünde bulundurulduğunda, zamanın yeniden üretimi yoluyla sayının kuruluşunu açıklamanın yeterince iyi temellendirilmiş olup olmadığını sormak durumundayız. Biz birimin kuruluşu problemini bu incelememizin farklı bölümlerinde ve özellikle nesnelerin bireysel bütünlüklerinin kuruluşu sorunuyla birlikte ele almaya çalışıyoruz. İncelemelerimiz sonucunda ulaştığımız bir sonuç, bir birimin, *a priori* bir nesne olan bir'in görüdeki izi olarak inşa olunması itibariyle herhangi bir tikel nesne olduğudur. Bu sonucun, Kant'ın nesne kuramının derinleştirilmesi ve genişletilmesi sonucu elde edilmiş olduğunu özellikle belirtmemiz gerekmektedir. Bu bölümde, Kant'ın matematiksel nesnelerin inşasına ilişkin düşünüş çizgisini açıklığa kavuşturmak üzere birimlerin terkip etkinliğine verildiğini varsayacağız.

olarak sayı için de, sayıyı esasa alarak inşa edilebilen tüm matematiksel nesneler için de geçerlidir. Elbette bu varsayımın ne ölçüde geçerli olduğu tartışılmalıdır. Bu tartışmaya girebilmek üzere genel anlamda matematiksel nesnelerin inşa ediliş sürecini ayrıntılı olarak incelemeye çalışacağız.

Şimdi "temsillerin terkibi üzerinden yakalanabilme"yle neyin kastedildiğini daha yakından inceleyelim:

1. Saf görüde inşa büyüklüklerin terkip edilebilmesini gerektirir; dolayısıyla nicelik kategorisinin şeması işin içine girmek durumundadır. Bir bakıma, nicelik kategorisinin şeması her türlü inşası için bir form teşkil etmektedir.
2. Nicelik kategorisinin şeması türdeş birimlerin ardarda terkip edilebilmesini temin eder.
3. Herhangi bir inşa etkinliğinde, inşa edilenin nicelik kategorisinden gayrı kategorilerce terkip edilen cihetlerini bir soyutlama yoluyla çekip alırsak inşa edilenin saf cihetini elde ederiz; dolayısıyla saf görüde inşa bizim saf görüde mevcut olan bir şeyin dolaysız deneyimine sahip olduğumuz anlamına gelmez.
4. Saf görüde bu anlamda inşa edilebilen üzerinden kavranılabilen nesneler matematiksel nesnelerdir.
5. Her bir inşa sonlu olmak durumundadır.

Tüm bu hususları dikkate alarak matematiksel inşa sürecinin ayrıntılarına yönelelim. Bu noktada, geometri, aritmetik ve saf mekanik alanları arasında, bu alanlarda inşaya konu olan malzeme bakımından (inşanın maddesi bakımından) bir ayrıma gitmek durumunda kalırız.

1. Aritmetik söz konusu olduğunda, inşada kullanılan malzeme (madde) birimin kendisidir.
2. Geometri söz konusu olduğunda, inşada kullanılan malzeme uzaya ait saf çokludur.
3. Saf mekanik söz konusu olduğunda ise, inşada kullanılan malzeme zamana ait saf çokludur.

Biz önce geometri ve saf mekaniği, daha sonra ise aritmetiği ele alacağız.

Geometrik nesnenin inşasında kullanılan maddenin mahiyeti uzayın transandantal açıdan teşhiri neticesinde belirlenir: Uzayın saf çoklusu koordinasyon bağıntısına tabidir. Dolayısıyla nicelik kategorisinin şemasına dayanan ve koordinasyon bağıntısına tabi bir çokluyu malzeme olarak işleyen her türlü inşa geometrik bir saf-görüsel karşılık meydana getirir.

Saf mekaniğin nesnelerinin inşasında kullanılan maddenin mahiyeti zamanın transandantal açıdan teşhiri neticesinde belirlenir: Zamanın saf çoklusu ardardalık bağıntısına tabidir. Dolayısıyla nicelik kategorisinin şemasına dayanan ve ardardalık bağıntısına tabi bir çokluyu malzeme olarak işleyen her türlü inşa mekanik bir saf-görüsel karşılık meydana getirir.

Gerek geometrik, gerekse mekanik inşa söz konusu olduğunda inşaya malzeme teşkil eden çoklunun basit parçalarının (tanelerinin) bulunmadığına dikkat çekmek istiyoruz. Kant söz konusu bu çokluların bütün-parça bağıntıları üzerinde ayrıntılı olarak durmamıştır. Çağdaş matematiğin söz konusu bu çokluların anlaşılmasına yönelik araştırmaları sürdürdüğünü biliyoruz. Öte yandan, günümüz matematiği söz konusu çokluların ontolojik zeminine ilişkin sorulara karşı kayıtsızdır.

Aritmetiğe geldiğimizde ise, aritmetiğin nesnelerinin inşasında kullanılan malzemenin, yani "birim"in, mahiyetini belirlemekle ilgili bir sorunla karşılaşmaktayız. Bir "birim"le neyi kastediyoruz? Gerek uzayın, gerekse zamanın transandantal açıdan teşhir edilmesi neticesinde ulaşılan sonuçlara göre, uzayın veya zamanın saf görüsünde "birim"e yer olmadığını görüyoruz. Eğer saf görüde birimin kaynağını bulamıyorsak, dönüp bakmamız gereken yer müdrike olmak durumundadır.

Birim saf bir nicelik olarak düşünülen bir bireydir. Öyleyse, birimin açıklanması birey olmanın açıklanmasını gerektirmektedir. Öte yandan, şayet birim, aritmetiğin nesnelerinin inşasında madde olarak iş görecekse, görüde mevcut olan bir şeyin saf ciheti olmak durumundadır. Bölüm 2'de de işaret ettiğimiz gibi, Kant'ın dizgesi içerisinde görüsel karşılıkların bireysel bütünlüğünün kurulmasına ilişkin bir eksiklik bulunmaktadır. Kısaca hatırlarsak: A posteriori nesnenin görüsel karşılığıyla birlikte bir birey olarak kurulmasından bağımsız

olarak algıda (görüde) herhangi bir şeyin bireyselliğinden söz edemeyiz. Ancak söz konusu bu bireysellik müdrikenin fiillerinden, yahut bu fiillerin zemininde yer alan kategorilerden gelememektedir. Kategoriler bir nesnenin unsurlarının farklı cihetlerden terkibini mümkün kılmakta, ancak nesnenin kendisine bireysel bir bütünlük kazandırmamaktadır. Tam tersine, muhayyile tarafından icra edilen terkip faaliyeti bireysel bütünlüğe dayanmak ve bu bütünlüğe tabi olmak durumundadır.

Bir an için bireyin kuruluşuyla bu sorunu bir yana bırakıp sorumuzu yineleyelim: Saf görüsü birim olan ve görüsel bir karşılık olarak inşa edilen ve kavranılan şey nedir? Burada dikkat edilmesi gereken nokta, birimin, genel anlamda bir nesnenin görüsel karşılığıyla özdeş olmadığıdır. Ayrıca söz konusu görüsel karşılığa ait saf çokludan da birim olarak söz edilemez, çünkü bu saf çoklu yanyanalık ve ardardalık bağıntılarına tabi olması itibariyle basit olmayan parçalardan mürekkeptir ve kendisi bir birey olarak telakki edilebilmek için bir başka ilkeye ihtiyaç duymaktadır.

Şimdi Kant'ın bu konu hakkındaki kendi ifadelerini dikkate alalım:

> Ama matematik, geometride olduğu gibi, sadece büyüklükler (*quanta*) inşa etmez, ancak böyle bir büyüklük kavramına göre düşünülen görüsel karşılığın (Alm. *Gegenstand*) kuruluşundan tamamen soyutlama yaptığı cebirde (Alm. *Buchstabenrechung*) olduğu gibi salt büyüklük (*qunatitatem*) inşa eder. Bu durumda toplama, çıkarma, kök alma ve benzerleriyle genel olarak büyüklüklerin (sayı) tüm inşaları için belli bir notasyon seçer ve niceliklerin genel kavramlarını farklı bağıntılarına göre tasarladıktan (İng. *designate*) sonra, büyüklüğün görüde belli kurallara göre oluşturulduğu ve değiştirildiği tüm yordamları (İng. *procedure*) ortaya koyar; bir büyüklük bir başka büyüklük tarafından bölündüğünde, simgelerini bölme notasyonuna göre bir araya getirir ve böylece, sevkedici düşüncenin sadece kavramlar yoluyla asla başaramayacağı biçimde, geometrinin (görüsel karşılıkların kendilerinin) geometrik veya örneklemeli (İng. *ostensive*) bir inşası yoluyla geometrinin yaptığıyla eşit düzeyde bir simgesel inşa gerçekleştirir. (A717-B745)

Burada Kant, matematiğin görüsel karşılığını büyüklük kavramına göre düşünerek, nesnenin kuruluşuna ilişkin tüm unsurlardan soyutladığını ifade etmektedir. Öte yandan, böyle bir soyutlamanın nasıl mümkün olduğunu yeterince açıklamamaktadır. Esasında, böyle bir soyutlamanın mahiyeti açıklanabilirse, yukarıda ifade ettiğimiz gibi "birim"in kuruluşu kuşatılmış olur. Birimin imkânının ortaya konulması aritmetiğin ve cebrinde imkânının zemininde yer alır. Yukarıdaki bir dipnotta ifade ettiğimiz gibi (Dipnot 1), birimin kuruluşuyla ilgili sorunları şu anda bir kenara bırakıp birimlerin terkip faaliyetine verildiğini varsayacağız ve Kant'ın matematiksel nesnelerin inşasına ilişkin akıl yürütmesini izlemeye devam edeceğiz.

5.2. Aritmetiksel Nesnelerin İnşası

Kant'a göre aritmetiğin nesneleri, birimlerin ardarda bir surette terkip edilmesi yoluyla terkip edilen nesnelerdir.

Burada Kant bize temsillerin kavranılabilirliği üzerinden nesne olmakla ilgili bir ölçüt sunmaktadır. Örneğin aritmetiğin bir nesnesi olarak toplama fonksiyonunu alalım. Kant'ın bu konudaki görüşü şudur: Herhangi iki doğal sayının toplamını birimlerin terkibi üzerinden saf görüde temsil edebiliriz. Bu temsilin gerçekleştirilebilmesi neye dayanmaktadır? Bu soruyu şöyle yanıtlayabiliriz:

1. Birimlerin terkibine ilişkin kurallara
2. Terkip edilecek birimlere
3. Her bir toplamın ve yalnızca toplamların söz konusu kuralların birimlere sonlu sayıda uygulanmasıyla elde edilebileceğine dair bir ispata.

İncelemizin bu bölümüne kadar elde ettiğimiz sonuçlardan hareketle şunları ifade edebiliriz:

1. Söz konusu kuralların birliğinin zemininde nesnenin birliği yer almaktadır. Bu birlik ancak tümel bir nesnenin tesisiyle kaimdir.
2. Birimler bireysel bütünlüğü haiz herhangi bir görüsel ya da dilsel karşılık (işaret) yoluyla temsil edilebilir.

3. Tüm toplamların ve yalnızca toplamların birimlere kuralların sonlu sayıda uygulanmasıyla elde edilebileceği ise ayrı bir ispata ihtiyaç duyar. Bu ispat ise konunun bir başka bağlamda sunulmasını gerektirmektedir.

Şu âna kadar söylediklerimizden hareketle saf görüde inşa ile günümüzde ele alındığı biçimiyle hesap edilebilirliğin biçimselleştirilmesi arasında rahatça bir bağlantı kurulabilir. Hesap edilebilirlik, bilindiği gibi, farklı yöntemlerle biçimselleştirilebilir: bir biçimsel dizgede temsil edilebilirlik yoluyla; λ-kalkülü (İng. *λ-calculus*) yoluyla; μ-özyineli (İng. *μ-recursive*) fonksiyonların sınıfı gibi aritmetiksel betimlemeler yoluyla; Turing makineleri ya da Markov algoritmalarını içeren mekanik yapılar yardımıyla. Bir örnek olarak, bir biçimsel dizgede temsil edilebilirliği seçelim. Öncelikle, biçimsel bir aritmetik dizgesi alalım. Bu dizge, aksiyomları ve/veya da ispat kurallarını içerebilir. Böyle bir dizge içerisinde bir fonksiyonun hesap edilebilir oluşunu şu şekilde tanımlarız:

Bir fonksiyon hesaplanabilirdir, ancak ve ancak her bir m ve n sayıları için f(m) = n olduğu takdirde, f(m) = n söz konusu dizge içerisinde ispat edilebilir ise.

Gerek bu örnekte gerekse diğer biçimselleştirme yöntemlerinde ortak olan unsur, hesap edilebilirliğin birimlerin (genellikle işaretlerin) ardarda bir surette saf mekanik bir biçimde işleme tabi tutulmasıdır.

Kant'ın saf görüde inşayla neyi kastettiğini dikkate alarak, Kant'ın saf görüde inşa ile hesap edilebilirliğin tüm farklı biçimselleştirmelerinin ontolojik zeminini kastettiğini söyleyebiliriz. Bir başka deyişle, hesap edilebilirliğin her bir biçimselleştirmesi ontolojik bir zemin olarak saf görüyü varsayar. Bu bağlamda Church-Turing tezi farklı bir anlam kazanmaktadır. Biçimsel olarak nicelik kategorisinin şeması olan sayıya ve malzeme bakımından birime dayanan herhangi bir sonlu yordam (İng. *finite procedure*) vasıtasıyla inşa edilebilecek matematiksel nesneler bir ve aynı olmak durumundadır. Bu konuyu Bölüm 8'de ele alacağız.

Yukarıda ifade ettiğimiz aritmetik anlayışının aşması gereken önemli bir sorun bulunmaktadır. Bu sorun, birimlerin terkibine nesnenin kuruluşu bakımından öncelik vermekten kaynaklanmaktadır. Bir bakıma, nesnelerin varlığı birimler üzerinden gerçekleştirilebilecek işlemlere tabi kılınmıştır. Sorunu şu şekilde ifade edebiliriz: Birimler üzerindeki herhangi bir tasarruf, yahut birimlerin herhangi bir surette terkip edilmesi bize bütünleşik, yani bireysel bir bütünlüğü haiz bir nesne vermez. Bu sorunu biçimsel dizgelerle ilişkilendirerek ifade edebiliriz. Bilindiği gibi Turing makinesi biçimsel dizgelerin paradigması (temel örneği) olarak kabul edilmektedir. Verili herhangi bir kural listesinin bir Turing makinesi tarafından hesaplanıp hesaplanamayacağını, yani işlemin sonlu adımda sonlandırılıp sonlandırılamayacağını sadece kurallara bakarak bilemeyiz. Bir başka deyişle, verili kural listesinin bütünleşik bir nesneye karşılık gelip gelmeyeceğini sadece işlemleri belirleyen bu kural listesi bize söyleyemez. Bu sorun, durma problemi (İng. *halting problem*) olarak adlandırılmaktadır. Bir başka deyişle, unsurların terkibine nesnenin kuruluşunda öncelik veren bir matematiksel yaklaşımın karşılaştığı temel sorunun Turing makineleri cinsinden eşdeğeri durma problemidir.

Bu noktada üzerinde durmak istediğimiz bir başka önemli husus bulunmaktadır. Birimlere uygulanan kuralların tabi olduğu bazı temel kurallar olmak durumundadır. Bu kuralları biz aritmetik inşa kuralları olarak adlandırıyoruz. Bir örnek vermek gerekirse, "Her bir seferde mevcut birimlere ancak sonlu sayıda birim eklenebilir" kuralı gibi. Bu kurallar geometrinin aksiyomlarına eşdeğerdir. Geometrinin ve aritmetiksel inşanın kuralları terkip etkinliğinin temel kurallarıdır.

Tüm bu temel kurallara birliğini veren nesne, *a priori* bir nesne olarak sayıdır. Bu konuda Kant'ın benzer bir yaklaşımı paylaştığını düşünüyoruz. Hatırlanacağı üzere, Kant'a göre sayı "bir türdeş birimin diğerine ardarda eklenmesini özetleyen temsil"den ibarettir.

5.3. Geometrik Nesnelerin İnşası

Geometriye geldiğimizde, aynı yöntemi izleyerek, geometrinin saf görüde inşaya, nesne inşasına dayandığını ve yanyanalık bağıntısına tabi bir çoklunun terkip edilmesinden ibaret olduğunu söyleyebiliriz.

Burada da çokluya uygulanan kurallar bazı temel kurallara dayanmak durumundadır. Bu temel kurallar geometrinin aksiyomlarıdır. Terkip etkinliğinde belirleyici olan temel fiillerdir. Bu temel kurallara birliğini veren nesne ise *a priori* bir nesne olarak uzaydır.[2]

Burada vurgulanması gereken esas nokta, malzeme olarak alınan söz konusu çoklunun koordinasyon bağıntısına tabi olmasıdır. Öte yandan, söz konusu bu çoklunun herhangi bir bölümü ancak birimlerin ardarda terkibi üzerinden kavranılabilir. Dolayısıyla herhangi bir geometrik nesnenin kavranılabilmesi için türdeş ve yanyanalığa tabi birimlerin ardarda eklenmesiyle terkip edilmesi gerektiği sonucuna varabiliriz. Kant'ın düşüncesinde kavranılabilen geometrik nesneler, bu nesnelerin karşılıklarının saf görüde inşa edilmesini gerektirir. Bizce, söz konusu inşa edilebilirliğin sınırını ise sadece pergel ve cetvelle inşa edilebilen geometrik şekiller belirler. Pergel birimlerin üretilmesini ve taşınabilmesini, cetvel ise birimlerin eğilip bükülememesini (deforme olmamasını) temin eder. Neden birimlerin deforme olmayışına ihtiyaç duyulduğunu Bölüm 12'de saf matematiğin mahiyetini tartışırken tekrar ele alacağız.

Burada da aritmetikte karşılaştığımız sorunun aynısıyla karşılaşırız: Birimler üzerindeki herhangi bir tasarruf, yahut birimlerin herhangi bir surette terkip edilmesi bize bütünleşik, yani bireysel bir bütünlüğü haiz bir nesne vermez.

Kant, yukarıda ifade ettiğimiz gibi, temsiller üzerinden kavranılabilirlik için bir ölçüt sunmaktadır. Herhangi bir geo-

---

2 Kanaatimizce *a priori* bir nesne olarak uzay, Kant'ın düşündüğü gibi, ampirik görüyü mümkün kılan saf görüyle özdeş değildir. Söz konusu nesnenin saf düşünce içerisinde bir zemini bulunmaktadır. Uzayın nesnelerin a priori inşasını kuşatan bir bütün olarak kuruluşuna ilişkin görüşlerimizi Bölüm 6'da sunuyoruz. Uzayın tesisi sorununu ayrıca İkinci Kitap, Bölüm 5'te ele alıyoruz.

metrik nesne, örneğin ikizkenar üçgen, birimlerin ardarda terkip edilmesi üzerinden saf görüde temsil olunabilir. Bu temsilin gerçekleştirilebilmesi neye dayanmaktadır? Bu soruyu şöyle yanıtlayabiliriz:

1. Birimlerin terkibine ilişkin kurallara
2. Terkip edilecek birimlere
3. (Belirli boyutlara, oranlara sahip) ikizkenar üçgenin söz konusu kuralların birimlere sonlu sayıda uygulanmasıyla elde edilebileceğine dair bir ispata

Şu âna kadar elde ettiğimiz sonuçlardan hareketle şunları ifade edebiliriz:

1. Söz konusu kuralların birliğinin zemininde nesnenin birliği yer almaktadır. Bu birlik ancak tümel bir nesnenin tesisiyle kaimdir.
2. Birimler bireysel bütünlüğü haiz herhangi bir görüsel yoluyla temsil edilebilir. Burada aritmetiksel inşadan farklı olarak birimlerin parça-bütün bağıntısının yanyanalık bağıntısını sağlaması beklenmektedir.
3. Yukarıda ifade edilen ispata geldiğimizde ise karşımıza sadece cetvel ve pergelle inşa edilebilen şekillerin sınırının nereden geçtiğinin belirlenmesi çıkmaktadır.

Geometrik nesnelerin inşasına ilişkin bu bölümü bitirmeden önce geometrilerin çokluğu (Euklidesçi olan ve olmayan geometrilerin varlığı) konusuna ilişkin birkaç şey söylemek istiyoruz:

1. Söylediklerimizden hareketle, aksiyomları evrensel ve zorunlu kılanın nesnenin birliği olduğunu söyleyebiliriz.
2. Saf görüde nesne inşasına dayanan geometri a priori bir zemine sahip tek geometridir. Kant saf görüde temsil olunabilenin nicel olanla sınırlı olduğunu şöyle ifade etmektedir: "Matematiksel bilişin (İng. *cognition*) formu sadece "quanta"ya ilişkin olmasının nedenidir. Sadece büyüklüklerin kavramları inşa edilebildiği için, yani a priori olarak görüde temsil edilebildikleri için, buna karşılık nitelikler ampirik görüden başka bir yerde temsil edilemedikleri için

(bu böyledir)." (A714-5/B742-3). İnşaya konu olan malzeme itibariyle, birimin eğilip bükülebilirliğini varsayan herhangi bir geometri nicelik kategorisinden gayrı kategorilere ihtiyaç duyar. Örneğin bir unsurun "doğruluk"u (İng. *straightness*), kavranılabilmesi için nitelik kategorisinin kullanımını zorunlu kılar. Çünkü doğruluk eğriliğin (İng. *curvature*) sıfır olmasını gerektirdiği için bir dereceye sahip bir özelliğe dayanır.

3. Bir önceki maddede söylenilenler ışığında, inşa malzemesi itibariyle nitel özelliklere gönderme yapılmasına açıkça ya da örtük olarak izin veren herhangi bir aksiyom (herhangi bir temel inşa kuralı) saf geometrinin bir aksiyomu olamaz.
4. Euklides geometrisinin beşinci postülası, örtük olarak "doğruluk"u varsaymaktadır. Dolayısıyla saf inşa kurallarından birisi olarak kabul edilemez.[3]

İncelemelerimizin önemli hedeflerinden biri, matematik söz konusu olduğunda, dilsel kurgulardan bağımsız olarak nesnel bir gerçekliğin olduğunu ortaya koymaktır. Tarihsel olarak, Euklidesçi olmayan geometrilerin mevcudiyetinin ortaya konulmasının böyle bir nesne ve nesnellik anlayışına darbe vurduğu düşünülmektedir. Oysa bunun böyle olmadığına dair bir ipucu yakalamış bulunuyoruz. Bu düşünce çizgisinin sonuçlarını Bölüm 9 ve Bölüm 10'da ele alıyoruz.

5.4. Gerçel Sayılara İlişkin Bir Son Not

Son olarak, transandantal düşüncenin sınırları içerisinde gerçel sayıların inşası hakkında birkaç noktaya temas etmek istiyoruz. Görünüşe göre, transandantal düşüncede, sadece düşünülebilen ve temsiller üzerindeki işlemler üzerinden kavranılabilen nesnelerin bir yanılsama olmadığını gösteren bir zemin bulunmamaktadır. Gerçel sayıların çoğu ise bu statüdedir. Bu soruya bir yanıt bulmak ontolojinin asli sorunlarından biridir. Bu soruna Bölüm 11'de bir çözüm önerisi getiriyoruz.

3 Gerçekçi bir geometri anlayışını Bölüm 10'da sunmaya çalışıyoruz.

6

Saf İnşa Mekânının Bir, İki ve Üç'ün Görüsel İzleri Olarak Kuruluşu

Özet

Matematiksel nesnelerin inşası yerlerin kalıcı ve dolaysız bir çokluğunu gerektirmektedir. Bu bölümde, söz konusu çokluğun kuruluşuna dair nesne düzeyinde bir inceleme yürütüyoruz. Böyle bir çokluğun doğal sayılar olarak Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri vasıtasıyla elde edilebileceğini öne sürüyoruz.

6.1. Giriş

Bir önceki bölümde Kant'ın transandantal düşüncesinde matematiksel nesnelerin inşasına ilişkin bir inceleme yürütmüştük. O incelememizde inşanın kuralları ile inşanın malzemesi (çoklu) arasında bir ayrım yapmıştık. İfade ettiğimiz gibi, Kant, gerek aritmetik, gerekse geometrik saf inşaya ait malzemenin saf görüde mevcut olduğunu düşünmektedir. Bu anlamda saf

görü saf çoklunun yer aldığı ve inşa kurallarına göre işleme tabi tutulduğu yerdir. Öte yandan Kant'ın bu "yer"le neyi kastettiği konusunda net bir açıklama verdiği söylenemez. İncelemizde elde ettiğimiz sonuçlar itibariyle, söz konusu bu yerin, saf görü mekânının, ister basit birimlerden, isterse uzamlı (İng. *extensional*) unsurlardan oluşsun, saf çokluların unsurları için bir yer teşkil ettiğini söyleyebiliriz. Daha doğru bir ifadeyle, saf görü söz konusu saf çoklu için bir yerler çokluğu temin etmektedir. Üstelik bir çokluk olarak var olan bu yerler görüsel olmak, yani saf inşanın malzemesinin yerleştiği yerler olarak dolaysızca deneyimde mevcut olmak durumundadırlar. Bir başka deyişle, bu yerlerin çokluğu var olabilmek için kavramsal bir dolayıma ihtiyaç duymamalıdır; saf görü, yerlerin dolaysız olarak tecrübe edilen bir çokluğu olmalıdır. Bu itibarla, matematiksel nesnelerin inşası, her şeyden evvel, yerlerin kalıcı çokluğunun bir açıklamasına ihtiyaç duymaktadır.

Bu bölümdeki amacımız, matematiksel nesnelerin inşasında ihtiyaç duyulduğu şekilde saf görünün mahiyetini açıklığa kavuşturmaktır. Kant sonrasında böyle bir sorunla, Kant'ın çizgisini izleyecek biçimde uğraşıldığını düşünmüyoruz. Özellikle yaygın olarak adlandırıldığı şekliyle "dile dönüş" (İng. *linguistic turn*) felsefi tartışmaların odağını nesnelerin inşasına ilişkin konulardan uzaklaştırmıştır. Semantik geleneğin temel çıkış noktası, *a priori* olanın dilin sınırları içerisinde açıklanabilmesi olmuştur. Bu itibarla da bir nesne olabilmenin *a priori* koşullarına ilişkin kaygılar söylemin dışında bırakılmıştır. Dolayısıyla anlambilimci geleneğin geliştirdiği çözümleme yöntemleri bu bölümdeki incelememiz bakımından bize yardımcı olamamaktadır. Temel olarak, Kant'ın transandantal düşüncesinden yararlanmamızın nedeni de budur. Öte yandan, incelememizde elde ettiğimiz sonuçlardan hareketle Kant'ın bize sunduğu çerçeveye ilişkin bazı eleştirilerimiz ve çekincelerimiz mevcuttur. Hatırlanacağı üzere, gerek *a posteriori* nesnelerin bireysel bütünlüğünü kuruluşu, gerekse doğal sayıların varlıksal statüleri hakkında Kant'ınkinden farklı bir bakış açısına sahibiz. Bizce, *a posteriori* nesnenin kuruluşu bir yandan aklın transandantal etkinliğine, diğer yandan da *a*

priori nesneler olarak düşünülen Sıfır ve Bir'in varlığına ihtiyaç duymaktadır. Dolayısıyla bu sonuçların bize sağladığı bakış açısını kullanarak, nesne düzeyinde çokluğun kuruluşuna ilişkin bir inceleme yürütmeyi amaçlıyoruz. Aşağıda açıklığa kavuşturduğumuz üzere, saf görüye ilişkin olarak vardığımız sonuçlar Kant'ınkilerden temel olarak farklılaşmaktadır.

İncelememizin anahtarını şu şekilde ifade edebiliriz: Şeylerin çokluğunun var olduğunu söylemek ile şeylerin sayal (İng. *cardinal*) olarak kavranılan (birden büyük) doğal sayıların karşılıkları olarak var olduğunu söylemek eşdeğerdir. Dolayısıyla şeylerin dolaysız ve kalıcı çokluğunun mahiyetine ilişkin bir inceleme, çokluğun unsurları olan şeyler ile sayal olarak kavranılan doğal sayılar arasındaki bağlantıyı açmak durumundadır.

Biz de araştırmamızı bu yönde sürdüreceğiz. Şimdi incelememizde izleyeceğimiz yöntemi açıklığa kavuşturalım.

6.2. Nesnelerin Ayırt Edilmesinde Sıfır'ın Görüsel İzinin İşlevi

Sıfır'ın görüsel izi herhangi bir nesnenin öncelikle belirsiz olandan ve bir diğer nesneden ayırmasının biricik ilkesidir. Dolayısıyla nesnelerin kuruluşunda nesnelere ontolojik bakımdan önceliği olan bir "ayırma bağıntısı"ndan söz etmek zorunludur. Söz konusu bu bağıntının yargı düzeyindeki tüm yüklemlemelere ve yargılara önceliği bulunmaktadır. Herhangi bir kavramı bir başka kavrama sevk etmek ya da bir nesneyi bir başka nesneyle bağıntılandırmak söz konusu olduğunda dahi bir çokluktan (en az iki şeyden) söz etmiş oluruz. Bu bir özdeşliğin ifadesinde bile böyledir. Bir şey bir bağıntıda iki ayrı konumda tekrarlanmak durumundadır ki bu da yerlerin bir çokluğunu gerektirmektedir. Dolayısıyla ayırma bağıntısı olmaksızın herhangi bir yüklemleme ya da bağıntılandırma söz konusu olamaz.

Ayırma bağıntısıyla ilgili bazı noktaların altını çizmek istiyoruz:

1. Bir şeyin düşüncesi o şeyi düşüncede var kılar.

2. Düşüncede bir şeyi kavramak o şey ile o şey olmayanı ayırmaktır. Bir şey olmak, o şey olmamaktan ayrılmakla gerçekleşir.
3. Bu düşünce içerisinde bir olan, olmayanla kuşatılmış olarak düşünülür ve bir-olmayandan sıfır'ın görüsel izi olan boşlukla ayrılır. Bir, bir-olmayanın belirsizliğiyle birlikte kurulur. Dolayısıyla boşluk ve belirsizlik düşüncede bir olanın kuruluşunun zemininde yer alır. Bu belirsizlik bir başka bir olanın kurulmuşluğunu gerektirmez. Düşünce her bir ânında tek bir şeyi bu şekilde düşünür.
4. Bir şeyin bir birlik içerisinde düşünülmesi, söz konusu şeyin düşüncede var kılınması demektir. Düşünülen şey, kavramların birbirine sevk edilmesiyle kaim olan düşünceye önceliği olacak biçimde, düşünüleni X'le temsil edersek, "X vardır" düşüncesi içerisinde tutulur. Bu itibarla, "vardır" sevkedici düşünme içerisinde mevcut bir yüklem değildir.
5. "X vardır" düşüncesi, "X olmayan vardır" ve "X ve X-olmayan bir boşlukla ayrılır" düşüncelerini zorunlu olarak içerir. Kavramların birbirine sevk edilmesiyle kaim olan yargı düzeyinde bu ayırma çelişmezlik ilkesiyle ifade edilir. Düşünülenler arasındaki boşluğun kendisi yargıda çelişki olarak ortaya çıkar. Bu çelişki, "bir olanın bir-olmayanla aralarında boşluk yokmuşçasına düşünülebilmesi" biçiminde ifade edilebilir. Bir başka ifadeyle, "Boşluk X ve X-olmayandır."[1] Bu itibarla, nesne düzeyinde mevcut olan boşluğun çelişkiye önceliği bulunmaktadır. Sıfır'ın görüsel izi üzerinden nesne düzeyinde gerçekleştirilen ayrım yargıda bir çelişki olarak ifade edilir.

Bir şeyin niteliklerini dikkate almaksızın belirsizden ayrılan olarak düşünülebilmesi ve yine iki ayrılan şeyin, nelikleri-ne bakılmaksızın iki ayrılan olarak düşünülebilmeleri mümkündür. Bu itibarla, herhangi bir şey, Sıfır'ın görüdeki iziyle

1 Burada önemli olan nokta çelişkinin birden bir-olmayanı ayıran olarak düşünülmesidir. Bir-olmayan kendinde bir aynılığa sahip olarak düşünülmediği için bir-olmayanı birden ayıran bir çelişki düşünülmemektedir. Buna *boşluğun tekyönlülüğü* adını veriyoruz.

belirsizden *ayırma bağıntısı*nda bir "yer" işgal eder. Aynı düşünüşle, iki şey Sıfır'ın görüdeki iziyle birbirlerinden ayırma bağıntısında karşılıklı birer "yer" işgal ederler. Bizce bu olgu, yerlerin kalıcı çokluğunun kuruluşunu anlamak için bir anahtardır. Şimdi bunun nedenlerini ayrıntılı olarak ele alalım.

6.3. İki ve Sonraki Sayıların Görüdeki İzlerinin Kuruluşu

İncelememizin bu aşamasında Bir'in görüdeki izinden başlayarak sonraki sayıların görüdeki izlerinin kuruluşuna yöneleceğiz. Ancak bu ilk bakışta sanıldığı gibi kolayca halledilebilir (İng. *trivial*) bir süreç değildir. Söz konusu bu kurallar doğrudan "*görüdeki iz*" kavramının çözümlenmesinden neşet etmektedir: "*Görüsel iz*," görüde, *kavramların dolayımı olmaksızın inşa olunmuş* bir unsurlar *bütün*üdür. Bu bize görüsel izlerin kuruluşunda gözetmemiz gereken üç ayrı kuralı vermektedir:

1. Dolaysız mevcudiyet kuralı (İng. *rule of immediate presence*)
2. Bütünlük kuralı (İng. *Rule of totality*)
3. Ardarda inşa kuralı (İng. *Rule of successive construction*)

Şimdi sırasıyla bu kuralları ele alalım.

1. **Dolaysız mevcudiyet kuralı (İng. *Rule of immediate presence*):** Bir görüsel iz dolaysız olarak kurulur. Bunun anlamı şudur: söz konusu kuruluşta bir kavramın dolayımına ihtiyaç duyulmaz.

Şimdi bu kuralın neleri gerektirdiğini anlamaya çalışalım.

Kavram ile görü arasındaki farkı Kant'ın transandantal düşüncesindekine benzer biçimde ifade edeceğiz. Kant nesnenin kuruluşunu açıkladığı Transandantal Dedüksiyon bölümünde bir kavramın üç katlı terkibi anlattığı bölümde açıklar. Bir kavram birinci katta duyumlama ve tamalgıyla terkip edilerek icmal edilir. Temsiller bir imgeye göre yeniden üretilir. Yeniden üretilen temsil ile o anda mevcut temsilin aynılığının idraki ise bir kavramı teşkil eder. Yeniden üretimde oluşturulan her

bir resim (Alm. *Bild*) muhayyilenin saf şemalarına dayanmak durumundadır. Bu şemaların tamalgının birliğine tabi kılınması ise bilindiği gibi bize müdrikenin saf kavramları olan kategorileri verir. Bir nesnenin nicelik kategorisine göre kavranılmasında işlevsel olan şemayı Kant "sayı" olarak adlandırır. Sayı şeması türdeş birimlerin ardardalığının terkibinden ibarettir. Bunun anlamı herhangi bir nesnenin niceliksel olarak kavranışının sayıya/sayı şemasına tabi olmasıdır. Herhangi bir çoklunun türdeş birimlerin ardardalığının terkibine dayanarak belirlenmesi olarak sayma, söz konusu çoklunun nicelik kategorisine göre kavranılması demektir.

Bunu bir örnekle anlamaya çalışalım. Bir çokluyu/bir nesne topluluğunu saydığımızı düşünelim. Yaptığımız şey şudur: Sırayla çokludaki nesnelere dikkatimizi yöneltiriz ya da işaret ederiz ve her seferinde bir nesneye karşılık gelecek şekilde ve birden başlayarak numaraları (nümeral veya sayıt) sırayla aklımızdan geçirir ya da söyleriz. Bunu yaparken her bir nesneyi bir ve yalnız bir kere dikkate aldığımızdan emin oluruz. Bu yolla numaraların belli bir kesimiyle nesneler arasında birebir bir eşleme yapmış oluruz. Çoklunun sayısı bu işlemde andığımız son numara olmak durumundadır. Burada sözü edilen süreci bir mekanik yordamla da tasvir edebiliriz.

Şimdi bu sürece Kantçı bir yöntemle bakarsak, sayma işleminin gerçekleştirilmesi ardarda birimlerin terkibini gerektirmektedir. Bu terkibin ilkesi terkip edilenlerden gelmediğine göre saf bir şema olarak sayıya ihtiyaç bulunmaktadır. Burada söz konusu olan sayı şeması modern bir terimle ifade edersek sıral (İng. *ordinal*) anlamda sayıya karşılık gelmektedir. Bir başka deyişle, sayma yoluyla bir çoklunun hangi sayal (İng. *cardinal*) sayıya karşılık geldiğini belirlemek sıral anlamda sayıyı gerektirmektedir. Bu bağlamda, sıral sayının sayal sayıya önceliği bulunmaktadır.

Ancak sayma işleminde kavramsal dolayım bununla da sınırlı değildir. Söz konusu nesnelere eşlenen numaraların terkip edilmesinde de bir sayı tabanı kavramına ihtiyaç bulunmaktadır. Kant bu gerekliliği şu şekilde ifade eder:[2]

2 Kant (1998).

> Saf terkip, evrensel olarak temsil edildiğinde, kavrama yetisinin saf kavramını verir. Bu saf terkipten *a priori* terkip edilmiş birliğin bir zeminine dayananı anlıyorum; böylece sayı sayma işi (başlıca büyük sayılarda kolayca görüldüğü gibi) kavramlara göre bir terkiptir, çünkü ortak bir birlik zeminine göre (örneğin Onluk'a göre) yer alır. Bu kavram altında öyleyse çoklunun terkibinde birlik zorunlu olur. (A78/B104)

Son olarak söz konusu sayına işleminin gerçekleştirilebilmesi birębir eşleme kavramını gerektirir. Eğer özetlersek, bir çoklunun sayılması işleminde nicelik kategorisine, sayı tabanı kavramına ve birebir eşleme kavramına ihtiyaç bulunmaktadır. Dolayısıyla kavramsal bir dolayım olmaksızın mevcut olması itibariyle herhangi bir görüsel iz sayma yoluyla tesis olunamaz. Sayma yoluyla sayısı belirlenen bir çokludan ancak bir görüsel karşılığın nicel ciheti olarak söz edebiliriz.

Bu ilk kurala bağlı olarak ifade edeceğimiz ikinci kural şudur:

2. **Bütünlük kuralı (*İng. Rule of totality*):** Bir çoklu ancak her bir unsur en az bir diğer unsurla dolaysız bir bağıntı içerisinde kurulur ise bir bütün oluşturur. Bunun anlamı, her bir unsurun diğer unsurlarla dolaysız ya da dolaylı (diğer unsurlar üzerinden) bağıntılandırılmasıdır.

Şimdi bu kuralın neleri gerektirdiğini ortaya koymaya çalışalım.

Bir bütünden söz edebilmek için bütünü oluşturan unsurların birbirleriyle bağıntılandırılarak bir arada tutulmaları icap eder. Düşünmeye konu olan nesneler söz konusu olduğunda bu bağıntılandırma uzaysal ya da zamansal bir bağıntılandırma olamaz. Ayrıca unsurları bir arada tutan kuvvetlerden de söz edemeyiz. Bağıntının kurulmasını temin eden zeminin düşünmenin imkânları içerisinde aranması gerekmektedir. Aşağıda ayrıntılı olarak göreceğimiz gibi herhangi bir çokluktan söz edebilmek için bir unsur diğerinden "ayrılarak" kurulmak durumundadır. Dolayısıyla çokluyu bütüne dönüştüren bağıntı söz konusu bu ayırma bağıntısıdır. Düşüncede bir bütünün oluşturulabilmesi için bir ayırma bağıntısının gerekli olma-

sının nedeni, düşünce fiillerinin her seferinde bir ve yalnız bir unsuru düşüncede var kılmasıdır. Dolayısıyla düşüncede bir çoklunun ve bir bütünün kuruluşu birbiriyle çakışmaktadır. Çünkü düşüncede bir biçimde ayrılan unsurlar aynı düşüncede bir birlik içerisinde tutulmak durumundadır.

Düşünülen herhangi bir nesne düşünme itibariyle var kılınır: "A vardır." Herhangi bir var kılınan kendisi olmayandan ayrılarak kurulur. Söz konusu bu ayırma bir boşluk vasıtasıyla temin edilir. Yargı düzeyinde, daha öncede belirttiğimiz gibi, bu boşluk bir çelişkiyle ifade edilir. Çokluğun kuruluşu söz konusu olduğunda da durum farklı değildir. Çokluğun unsurları arasındaki karabet/bağıntı yine bir ayırmayla gerçekleşebilir. "A vardır", "B vardır"... ve herhangi bir A ve B bir boşlukla birbirlerinden ayrılırlar. A, çokluğun bir unsuru olarak B ve (eğer varlarsa) diğerlerinden ayrılarak kurulur. Bu itibarla da çokluğun diğer unsurlarıyla -düşünmenin imkânları içerisinde- bir bağıntıyı haiz olur.

Burada özellikle vurgulanması gereken nokta, herhangi bir unsurun öncelikle bir "özne" olarak düşünülmesi ve bir başka "özne"den düşünmeyle ayrılmasıdır. Bu itibarla, çokluğun bir bütün olan unsurlarının her biri birer özne olarak düşünülmek durumundadır ("A vardır", "B vardır"...). Buradaki durum Kant'ın ampirik nesnenin kuruluşunda bir zorunluluk olarak ortaya koyduğu transandantal karabete (eğinime; Alm. *Affinität*) karşılık gelmektedir. Kant, Transandantal Dedüksiyon'da temsillerin muhayyile vasıtasıyla terkip edilmeye (bağıntılandırılmaya) yatkın hale gelebilmesinin önkoşulu olarak hissetme yetisi ile tamalgının ortak bir işlevi olarak icmalden söz eder. Burada Kant'ın kastettiği şey, unsurların birbirleriyle aynı tamalgının birliğine tabi olmaları dolayımıyla bağıntılandırılmalarıdır. Benzer biçimde, düşünme düzeyinde çokluğun bütünlüğünün kuruluşundan söz edebilmemiz için her bir unsurun (nesnenin) düşünülmüş olması ve daha sonra diğer unsurlardan ayrılarak onlarla ilişkilendirilmesi gerekmektedir.

Burada unsurların özdeşliğinin ve özne olarak düşünülmelerinin önceliğine, benzerliğin özdeşliğe önceliği olabileceğini

öne sürerek karşı çıkanlar olabilir. Biz bu görüşe katılmıyoruz. Ayırma ayrılanların özne olarak özdeşliğini varsayar. Çünkü "A ve B benzerdir/değildir" demek için bile A ve B'nin ayrılmasına ihtiyaç vardır. Bunun için de "A, B değildir" ve "B, A değildir" demek gerekmektedir. Bu da "A vardır ve A, B'den boşlukla ayrılır"a çözümlenmelidir.

Son olarak belirtmemiz gereken bir nokta, her bir unsurun her bir unsurla doğrudan bir bağıntı içerisinde olmasının gerekmemesidir. Bir unsurun bir bütüne ait kılınması söz konusu bütünün en az bir unsuruyla bağıntılandırılması ve diğer tüm unsurlarla da doğrudan ya da dolaylı olarak bağıntılandırılmasıdır.

Son olarak ifade edeceğimiz kural ise şudur:

3. **Ardarda inşa kuralı** (İng. ***Rule of successive construction***)**:** Bir görüsel iz ancak görüsel izlerin bir terkibi olabilir. Dolayısıyla sayıların görüdeki izlerinin kuruluşunun her bir adımında ancak önceki adımlarda kurulan ya da kurulanlar varsayılabilir. Bunu biçimsel olarak ifade edecek olursak: n doğal sayısının görüsel izinin kuruluşunda ($1<k<n$ olmak üzere) herhangi bir n-k (n eksi k) doğal sayısının görüdeki izi kullanılabilir; herhangi bir $n+k$ (n artı k) doğal sayısının görüdeki izi kullanılamaz.

Aşağıda göreceğimiz gibi çokluk, unsurların boşlukla ayırmasıyla kurulur. Söz konusu bu kural boşlukların/ayrımların sayısı içinde geçerlidir. Herhangi bir sayının görüsel izinin kuruluşunda o sayıdan daha büyük sayıda boşluk kullanılamaz.

Şimdi bu kuralın neden gerekli olduğunu ortaya koymaya çalışalım: Doğal sayıların bir bütünlük olarak mevcut olması, doğal sayıların görüdeki izlerinin kuruluşunda, doğal sayıların tümünün görüdeki izlerinin bir ve aynı anda mevcut olduğunu kabul edebileceğimiz anlamına gelmez. Doğal sayıların bütünlüğü söz konusu olduğunda, doğal sayıların bütünlüğünün her bir doğal sayıya önceliği bulunmaktadır. Oysa görüsel izlerin inşasında unsurların kurulan bütüne önceliği vardır. Bir bakıma, bu durum bir binanın alt katını inşa etmeksizin üst katını inşa edememememize benzemektedir.

Şimdi bu kuralların ışığında yerlerin kalıcı çokluğunun kuruluşu sorununa yönelelim.

6.4. İki'nin Görüdeki İzi Olarak İki Şeyin Kuruluşu

Göstermeye çalışacağımız gibi İki ve Üç'ün görüdeki izlerinin kuruluşu ile dört ve sonrasındaki sayıların görüdeki izlerinin kuruluşu arasında esasa ait bir fark bulunmaktadır. Dört ve sonrasındaki sayıların görüdeki izlerinin kuruluşunda görüsel olanı aşan biçimde kavramsal olanın dolayımı gerekmektedir. Şimdi önce İki ve Üç'ün görüdeki izlerinin kuruluşuna odaklanalım.

Genel olarak İki'den sonraki sayıların görüsel izlerinden söz etmek "çok"un kuruluşundan söz etmektir. Düşüncede bir şeyi kavramak çokluğu kurmaz. Çokluğun kurulabilmesi ise en az iki şeyin birbirinden ayrılmasını gerektirir. Ancak düşüncenin en önemli vasfı, düşündüğünü "bir" olarak tutmasıdır.[3] Çok'un olabilmesi birden fazla unsuru gerektirdiğine göre, düşüncede Çok'un kuruluşundan nasıl söz edilebilir? Bir ve aynı düşünce içerisinde en az iki ayrı şeyin varlığı/olması nasıl söz konusu olabilir? Bir başka deyişle, çokluk nasıl mümkündür?

Çokluğu kurabilmek en az iki ayrı şeyin olmasının düşünülebilmesini gerektirir. Öncelikle belirtilmesi gereken husus, iki şeyin ayrı ayrı düşünülmesinin iki şeyin kuruluşu için yeterli olmadığıdır. Çokluğun olabilmesi tek bir düşüncede iki şeyin ayrı düşünülebilmesini gerektirir.

A vardır.
ve
B vardır.

düşünceleri, her biri tek bir düşüncede tek bir şeyin olmasını onadığı için iki şeyin kuruluşu için yeterli olmaz.

İkinci bir seçenek iki tane bir şeyin düşünülmesi, sonra bir başka fiilde bu iki şeyin birbirinden farklı olarak düşünülmesi olabilir:

---

3 Bu olgu Aristoteles, Plotinos, Ocham, Kant, Frege dahil hemen hemen tüm önde gelen mantıkçılarca tespit edilmiştir.

A ve B aynı değildir.

Ancak bunun için eğer öncelikle iki şeyin düşünülmüş (kurulmuş) olması varsayılmakta ise burada bir döngüsellik karşımıza çıkarmaktadır. Biz henüz iki ayrı şeyin var olduğunu öne süremiyoruz. Öyleyse iki şeyin aynı ya da farklı olduğunu da henüz düşünemeyiz. Öte yandan, eğer iki ayrı şey olduğu varsayılmamışsa, iki farklı anda düşünülenin iki farklı şey olduğu nasıl düşünülecektir? Sorun bir ve aynı şeyin iki farklı düşünme fiilinde düşünülmesi yoluyla da çözülemez. Çünkü bu durumda da şeylerin yerini düşünme fiilleri alacak ve aynı sorun kendini tekrar edecektir. İlk düşünülenin düşüncesinin ikinci düşünceye taşınması ve bir karşılaştırma yapılması mümkün değilse böyle bir düşünce söz konusu olamaz.

Dolayısıyla iki şeyin düşünülebilmesi ancak bir şeyin bir başka şey olmaması ve o başka şeyinde bu şey olmamasının aynı fiilde düşünülebilmesini gerektirmektedir. Ancak burada bir sorun karşımıza çıkmaktadır. Düşünce eğer her zaman bir şeyi bir olarak düşünüyorsa burada düşüneceği ve birlik vereceği şey ne olacaktır? İşte tam bu noktada boşluğun çokluğun kuruluşu için vazgeçilmezliği kendini göstermektedir. İki şeyin düşüncede kurulabilmesi, iki şeyi ayırt eden boşluğun düşünülebilmesiyle mümkündür. Boşluğun düşünülmesi ve bir olarak kurulması iki şeyin varlığını gerektirir. Ayrımın düşüncesi tek bir düşünce olmakla beraber iki şeyi kurmaktadır.

Düşünülenler arasındaki boşluk yargıda çelişki olarak ortaya çıkar. Çelişki iki ayrı şey olanın aynı şey olarak düşünülmesidir. Bu çelişki iki şeyin arasında boşluk yokmuşçasına düşünülebilmesidir. Dolayısıyla çelişki yargıda çokluğun idrakini temin eder.

Yukarıda düşüncede bütünün kurulması ile çokluğun kurulmasının çakıştığını belirtmiştik. Şimdi bunun nedenini daha net olarak görebiliriz. "A vardır" ve "B vardır" olduğunu varsayalım. A ve B'yi ayıran boşluk ne A'dır ne de B'dir. Ne A ne de B olanın bir çelişki olması ancak A'nın B-değildir, B'nin de A-değildir olarak belirlenmesiyle mümkündür.

Şimdi söz konusu çokluk (iki-şey) içerisinde bulunanları dikkate alalım. Bu iki şeyden biri A, diğeri B olsun. İki şeyin

bütünlüğü içerisinde A, B'den bir boşlukla ve B de A'dan bir ve aynı boşlukla ayrılmaktadır. Yargıda bunu

A, B değildir.

ve

B, A değildir.

biçiminde iki değillemeyle ifade ederiz. Burada dikkat etmemiz gereken nokta, iki şeyi kuran bir ve aynı boşluk olmakla beraber, düşüncede / yargıda

1. A'yı B'den ayıran
2. B'yi A'dan ayıran

olarak iki farklı kiplikte yer almasıdır.

Biz bu kipliği "boşluğun düşüncedeki yönlülüğü" ya da kısaca "boşluğun yönlülüğü" olarak adlandırıyoruz. Yönlülük konusuna ileride tekrar döneceğiz.[4]

Şimdi İki'nin görüdeki izi olarak iki şeyin bu biçimde kurulup kurulamayacağını yukarıda ifade ettiğimiz üç kuralımızı dikkate alarak denetleyelim:

1. Dolaysız bulunuş kuralı açısından bakacak olursak, iki şeyin herhangi bir kavramsal dolayım gerektirmeksizin kurulduğu açıktır.
2. Bütünlük kuralı açısından bakacak olursak, iki şeyin karşılıklı olarak diğerinden bir boşlukla ayrıldığını görüyoruz. Bu itibarla, çoklunun tüm unsurları ayırma bağıntısıyla ilişkilendirilmiş bulunmaktadır.
3. Ardarda inşa kuralı açısından bakacak olursak, öncelikle dolaysız biçimde mevcut iki tane "bir şey"in unsurlar olarak iki şeyin kuruluşunda yer aldığını görüyoruz. İkinci olarak da iki şeyin kuruluşunda bir boşluğun ve yönlülük dikkate alındığında ise iki boşluğun kullanıldığını görüyoruz. Dolayısıyla İki'den büyük bir sayının görüsel izine ihtiyaç bulunmamaktadır.

Dolayısıyla düşüncede bir boşlukla ayrılmak suretiyle kurulan iki şeyin İki'nin görüdeki izi olduğu sonucuna varabiliriz.

---

4 "Boşluğun yönlülüğü" kavramının geometrinin kuruluşu bakımından yol açtığı sonuçlar için Bölüm 10'a bakınız.

Üç'ün görüdeki izi olarak üç şeyin kuruluşuna geçmeden önce üzerinde durmamız gereken bir başka kavram da "ilmik" (İng. *loop*) kavramıdır. İki şeyin kuruluşunda gördüğümüz gibi A, B'den ve B de A'dan ayrılmaktadır. Bu itibarla, A, B ile A'dan B'ye ve B'den A'ya iki farklı kiplikte düşünülen boşluk bir ilmik oluşturmaktadır. Aslında iki şeyi kuran, bir ve aynı boşluğun kiplikleri itibariyle tek bir ilmik oluşturmasıdır. Üç şeyin kuruluşunda da böyle bir ilmiğe rastlayacağız.

Şimdi Üç'ün görüsel izinin kuruluşunu ele alalım.

6.5. Üç'ün Görüdeki İzi Olarak Üç Şeyin Kuruluşu

Üç'ün görüdeki izi, üç şeyin, ikişer ikişer birer boşlukla ayrılmasıyla kurulur. Eğer söz konusu bu üç şeyi A, B ve C olarak adlandırırsak, A ve B'yi, B ve C'yi ve C ve A'yı birer boşluk ayırır. Burada üç boşluğa ihtiyacımız vardır. Bir başka deyişle, "A, B değildir" ve "B, C değildir" yeterli olamaz. Eğer A = C ise "C, A değildir" denilemez.

Öte yandan, burada İki'nin görüsel izinin kuruluşundan farklı bir durum karşımıza çıkmaktadır. Herhangi bir ikiliyi birbirinden ayıran boşluğu dikkate alır ve boşluğun yönlülüğünü uygularsak, bu durumda altı ayrı yönlü boşluk/ayırmayla karşı karşıya kalırız. Burada sormamız gereken soru, ardarda inşa kuralının elverdiği biçimde üç ya da daha az sayıda boşluğun üç şeyin kuruluşunu garanti altına alıp almayacağıdır. Buna verilecek cevap ise "evet" olacaktır. Örneğin A'yı B'den, B'yi C'den ve C'yi A'dan ayıran tek yönlü boşluklar tek bir ilmik oluşturmakta ve bu da üç şeyin kuruluşu için yeterli olmaktadır.

Bu biçimde tek yönlü boşluklarla kurulabilen üç şeylerin iki biçimi olmaktadır:

Biçim 1:

A vardır ve B'den bir boşlukla ayrılır ve

B vardır ve C'den bir boşlukla ayrılır ve

C vardır ve A'dan bir boşlukla ayrılır.

Biçim 2:
A vardır ve C'den bir boşlukla ayrılır ve
C vardır ve B'den bir boşlukla ayrılır ve
B vardır ve A'dan bir boşlukla ayrılır.

Tek yönlü boşluklarla oluşturulan iki farklı biçim daha oluşturmaktadır:

Biçim 3:
A vardır ve B'den bir boşlukla ayrılır ve
A vardır ve C'den bir boşlukla ayrılır ve
B vardır ve C'den bir boşlukla ayrılır.

Biçim 4:
A vardır ve B'den bir boşlukla ayrılır ve
A vardır ve C'den bir boşlukla ayrılır ve
C vardır ve B'den bir boşlukla ayrılır.

Ancak bu iki biçimde de bir unsur (Biçim 3'te C ve Biçim 4'te B) bir "özne" olarak kurulamamaktadır. Dolayısıyla bu iki biçim Üç'ün görüdeki izi olarak kabul edilemez.

Şimdi Üç'ün görüdeki izi olarak üç şeyin bu biçimde kurulup kurulamayacağını yukarıda ifade ettiğimiz üç kuralımızı dikkate alarak denetleyelim:

1. Dolaysız bulunuş kuralı açısından bakacak olursak, üç şeyin herhangi bir kavramsal dolayım gerektirmeksizin kurulduğu açıktır. Üç şey, üç ayrı iki şeyin bir ilmik oluşturmasıyla kurulmaktadır ve kavramsal bir dolayım devreye girmemektedir.
2. Bütünlük kuralı açısından bakacak olursak, üç şeyin her biri bir özne olarak düşünülmekte ve bir başka unsurdan bir boşlukla ayrılmaktadır. Bu itibarla, çoklunun tüm unsurları ayırma bağıntısıyla bağıntılandırılmış bulunmaktadır.
3. Ardarda inşa kuralı açısından bakacak olursak, öncelikle dolaysız olarak mevcut üç tane iki şeyin üç şeyin kuruluşunda yer aldığını görüyoruz. İkinci olarak da üç şeyin

kuruluşunda üç boşluğun ve yönlülük dikkate alındığında ise yine üç yönlü boşluğun kullanıldığını görüyoruz. Dolayısıyla Üç'ten büyük bir sayının görüsel izine ihtiyaç bulunmamaktadır.

Dolayısıyla düşüncede yukarıda tasvir edilen surette kurulan üç şeyin Üç'ün görüdeki izi olduğu sonucuna varabiliriz.

Şu âna kadar ele aldığımız konuları kısaca özetleyelim:

Bir şey diğerinden, o diğer şey de bu şeyden ayrıldığı için, sayı olarak Bir'in görüdeki izi, "çokluk" içerisinde kurucu bir unsur olarak mevcuttur. Bir'in görüdeki izi ise boşluğun birliği olarak Sıfır'ı varsayar. Görüldüğü üzere Sıfır kurucu olarak temeldir ve kendisiyle aynı olması bakımından da bir birliğe sahiptir. Sıfır'ın çokluğun kuruluşundaki birliği çokluğu kurar. Sıfır ve bir diğer tüm nesnelerin görüdeki izlerinin kuruluşunda önceliğe sahiptir.

İki şey, iki ayrı şeyin bir boşlukla ayrılmasıyla kurulur. Yönlülük cihetinden boşluğu ele alırsak, A, B'den, B de A'dan ayrıdır ve bu iki ayrım bir ve aynı anda tek bir ilmiğin unsurları olarak düşünülür.

Üç şey, üç ayrı bir şeyin ikişer ikişer bir boşlukla ayrıldığı bir düşüncede kurulur. Bir başka deyişle üç şey, üç ayrı iki şeyin farklı olmasını temin eden üç boşluğun üç-şeyi bir bütün olarak kurması düşüncesine dayanır.

A, B'den, B, C'den ve C, A'dan ayrıdır ve bu üç ayrım bir ve aynı anda tek bir ilmiğin unsurları olarak düşünülür.

Üç ayrı iki şeyin bir arada tutulması üç şeyi kurar. Dolayısıyla iki şeyin üç şeye kuruluşu bakımından önceliği vardır. Üç şey iki şeye dayanır. İki şey, iki bir şeyin iki boşluğun bir bütüne ait olarak düşünülmesiyle kurulur. Bir şey ise bir-olmayanla tek yönlü bir boşlukla ayrılarak kurulur ve bir-olmayanın belirsizliğine dayanır.

Sonuç olarak:

Belirsizlik ve belirsizlikten Bir'in bir boşlukla ayrılarak düşünülmesi

Bir'in görüsel izini

İki Bir'in, bir boşlukla ayrılarak düşünülmesi

İki'nin görüsel izini
Üç Bir'in, ikişer ikişer bir boşlukla ayrılarak düşünülmesi
Üç'ün görüsel izini
kurar.

Yineleyecek olursak:
1. İki ve Üç'ün kuruluşu kuralları sağlamaktadır.
2. Gerek İki ve gerekse Üç kapalı bir ilmik oluşturmaktadırlar.

6.6. Dört ve Sonrasındaki Sayıların Görüdeki İzi

Benzer bir düşünüşle Dört'ün görüsel iznin kuruluşunu ele alırsak, farklı bir durumla karşılaşırız. Dört şeyin kurulabilmesi dört ayrı ayırma fiiliyle mümkün değildir. Üç'ün görüsel izinin kurulmasındaki yöntemi hatırlarsak ve bir ilmik oluşturacak biçimde dört şeyi bir bütün oluşturacak biçimde ilişkilendirmeyi denersek, bunun yeterli olmadığını görürüz. Çünkü Dört'ün görüsel izinin kurulabilmesi altı ayrı iki şeyin farklı olduğunun düşünülmesini gerektirir. Bunun nedenini daha net görebilmek için söz konusu ilmiği dikkate alalım. Bu ilmiğin unsurlarına (köşelerine) belli bir yönde X, Y, Z ve T adlarını verelim.

X'te yer alan bir şeyin Y'de yer alan şeyden
Y'de yer alan şeyin Z'de yer alan şeyden
Z'de yer alan şeyin T'de yer alan şeyden ve nihayet
T'de yer alan şeyin X'te yer alan şeyden ayrı olduğunu düşünmek

X'te yer alan şey ile Z'de yer alan şeyin
veya
Y'de yer alan şey ile T'de yer alan şeyin aynı olup olmadığı sorusunu cevaplanmamış bırakır.

Bu nedenle, üç şeyin kuruluşundakine benzer bir yöntemle ilerlersek, dört şeyin Dört'ün görüdeki izi olarak kurulabilmesi için altı ayırmaya ihtiyacımız olduğunu görürüz. Dolayısıyla

dört şeyin düşüncede kuruluşu altı boşluğun dört-şeyi bir bütün olarak kurmasını gerektirir. Bu ise yukarıda ifade ettiğimiz ardarda inşa kuralına aykırıdır. Çünkü dördün görüsel izinin kuruluşunda Altı'nın görüdeki izi kullanılmak durumunda kalınmıştır.

Benzer bir durum Dört'ten sonraki tüm sayılar için geçerlidir. Dolayısıyla Dört ve sonrasındaki sayıların görüdeki izlerinin kuruluşunun daha önceki sayıların görüsel izlerine dayanılarak kuşatılayacağına hükmedebiliriz.

Öyleyse Dört ve sonrasındaki sayıların görüsel izleri nasıl kurulacaktır? Kısaca ifade edecek olursak, Dört ve sonrasındaki sayıların görüsel izlerinden değil, kavramlar yoluyla dolaylı olarak kurulan bir görüsel karşılığın nicel cihetlerinden söz edebiliriz.

Dört ve sonrasındaki sayıların görüsel karşılıklarının kuruluşunda kavramların kullanımına ihtiyaç bulunmaktadır. Dört ve sonrasındaki sayıların görüsel izleri görüde dolaysız olarak inşa edilemez. Dört şeyin varlığından, herhangi bir çoklu dört sayısının karşılığı olarak kurulabiliyorsa söz edilebilir. Bunun anlamı, söz konusu çoklunun sayma sayısı olarak Dört'e karşılık gelecek biçimde yeniden üretilebilmesidir. Bunun için de yukarıda ifade ettiğimiz gibi kavramların (küme kavramı, birebir eşleme kavramı, birim kavramı ve sayı tabanı -n-lik sayı dizgesi- kavramı gibi) dolayımına ihtiyaç bulunmaktadır.

Şimdi söz konusu bu dolayım ihtiyacının kaynağına yakından bakalım. Dört'ün (ve Dört'ten sonraki sayıların) görüsel izinin kavramsal bir dolayımı gerektirmesinin nedeni, üç şeye bir dördüncüsünü eklediğimizde, söz konusu bu eklemenin Dört'ten büyük sayıda bir ayrım içermemesi için mevcut üç şeyin tek bir nesneymişçesine mevcut olduğunu varsaymak durumunda olmamızdır. Üç şeyi dolaysız olarak üç ayrımla kendimize temsil etmeyiz. Eğer bunu yaparsak, dördüncü şeyi de bu üç şeyin her birinden tek tek ayırmamız altı ayrımla nihayetlenir ki bu ardarda kuruluş ilkesine aykırıdır. Dolayısıyla dördüncü şeyi eklemek için üç şey tek bir düşünce fiilinde bir birlik içerisinde kavranılmak durumundadır. Bir başka deyişle, biz önce "Üç şey vardır"ı düşünürüz ve daha sonra bir başka

şeyi ekleyerek söz konusu bu dördüncü şeyin, kavradığımız üç şeyin her birinden ayrılıp ayrılmadığını dikkate alırız. Görüldüğü gibi bu durumda Dört'ün kuruluşu için üç ayrım yeterli olmakta ve ardarda kuruluş ilkesi ihlal edilmemektedir.

Dolayısıyla Üç'e kadar olan sayıların görüdeki izlerinin kurulduğu sahne ile Dört ve sonrasındaki sayıların "görüsel karşılık"larının kurulduğu sahne birbirinden farklıdır.

Burada bir yanlış anlamaya meydan vermemek için bir noktanın altını çizmek istiyoruz. Bir, İki ve Üç'ün sayma yoluyla görüsel karşılıkları oluşturulabilir. Ancak Bir, İki ve Üç'ün, Dört ve sonrasındaki sayılardan farklı olarak görüsel ize sahip olma ayrıcalıkları bulunmaktadır. Modern bir terminolojiyle ifade edecek olursak, Bir, İki ve Üç'ün sayal sayılar olarak kurulabilirlikleri sıral anlamda sayıyı gerektirmezken, Dört ve sonrasındaki sayıların sayal olarak kuruluşu sıral anlamda sayıya dayanmak durumundadır.

6.7. Sonuç

Şu âna kadar ifade ettiklerimizden hareketle varlık teriminin kullanımına ilişkin ortaya çıkabilecek muğlaklıkları gidermek istiyoruz. Sayı, sayıların görüdeki izi ve yerlerin her biri için "vardır" diyebiliriz. Öte yandan bu "vardır" ifadeleri arasında bazı ayrımlara gitme zorunluluğu da bulunmaktadır.

1. Sayıların sırası, tüm inşa etkinliklerini (dilsel olsun, geometrik olsun) aşacak biçimde vardır.
2. Söz konusu bu sıra içerisinde bir yer işgal eden her bir sayı görüdeki iziyle birlikte kurulur ve kavranılır.
3. Sayıların görüsel izleri nesnelerin mekânında vardır.
4. Yer, sayıların görüsel izleri itibariyle vardır ve nesneler bu yerlere yerleşerek bir çokluk içerisinde var olurlar.
5. Bu itibarla, yer, nesnelerin/kavramların kuruluşuna önceliği olacak biçimde vardır. Ancak bu varlık sayıya ve sayıların görüsel izine bağımlıdır.
6. Şeylerin çokluğu sayıların görüdeki izi olarak mevcuttur ve bu çokluk sevkedici düşünme etkinliğinden önce gelir.

Sıfır, Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri "yerlerin kapalı bir dizgesi"ni oluşturur. Bu dizgeyi ***S*** olarak adlandırıyoruz. ***S*** dolaysız olarak mevcuttur ve matematiksel nesnelerin karşılıklarıyla birlikte inşası için gerekli zemini teşkil eder.

Bölüm 8'de ele alacağımız gibi, ***S*** tek tek işaretlerin, işaretlerin ikililerinin ve üçlülerinin yerleştiği mekânı temin etmesi itibariyle biçimsel nesnelerin inşasının da zemininde yer alır.

KISIM III

BİÇİMSELCİLİĞİN ELEŞTİRİSİ

Biçimsel Dizgelerin Gelişimi

Biçimsel nesneler biçimsel bir dizgenin unsurlarıdır. Biçimsel nesneler dolaysız olarak ya da görüsel olarak mevcut olan somut işaretlerden oluşurlar. Biçimsel nesnelerin sayılar ya da sayılar hakkındaki doğru önermeler gibi biçimsel-olmayan nesnelerden bağımsız olarak var oldukları öne sürülür. Önermelerin söz konusu bu işaretler vasıtasıyla temsil edilmesinde, felsefi sorunlara yol açabilecek bir döngüsellikten azade olduğumuz ve kendimizi emniyete aldığımız düşünülebilir. Biçimselci yaklaşımın önde gelen savunucusu olan Hilbert bu yöntemin felsefi bakımdan meşruiyetini aşağıdaki şu ifadelerle savunur:[1]

> ... mantıksal çıkarımların yapılabilmesinin ve mantıksal işlemlerin gerçekleştirilebilmesinin bir şartı, mantıksal – olmayan somut işaretlerin tüm düşünceden önce, dolaysız deneyimde görüsel olarak mevcut olması, bizim temsil yetimize halihazırda verilmiş olmasıdır. Eğer mantıksal çıkarım güvenilir olacaksa, bu nesnelerin tüm parçaları tamamıyla izlenebilir olmalıdır. Bu nesnelerin mevcut olmaları, birbirlerinden farklılaşmaları ve birbirlerini takip etmeleri veya birbirlerinin içinde yer alabilmeleri, nesnelerin kendileriyle birlikte dolaysız olarak görüde verili olmalıdır ve bu olgu herhangi başka bir şeye indirgenmemeli ve böyle bir indirgenmeye ihtiyaç

1 Hilbert (1925); Heijenoort (ed.) (1986), s. 376.

> duymamalıdır. Bu, matematik için ve genel anlamda bilimsel düşünce için esas olarak telakki ettiğim temel felsefi pozisyondur. Ve bilhassa matematikte, dikkate aldığımız somut işaretlerin kendileridir ve benimsediğimiz kavrayışa göre, bu işaretlerin biçimleri dolaysız olarak açık ve tanınabilirdir

Matematiksel mantığın çözmesi gereken iki problem, ifade edişte muğlaklığın giderilmesi ve paradoksların önüne geçilmesi olarak düşünüldüğünde, Hilbert'ın geliştirdiği biçimselci temellendirmenin bu problemlerin ilkiyle hesaplaştığı düşünülebilir. Hilbert ikinci problemle ilgili görüşünü ise şu şekilde ifade eder:[2]

> ... ideal unsurlara ilişkin yöntemin kullanılabilmesinin tabi olduğu bir şart, tek ama mutlak anlamda zorunlu bir şart bulunmaktadır ve bu şart tutarlılığın ispatıdır; çünkü ideallerin eklenmesiyle gerçekleştirilen genişletme ancak bu suretle eski ve daha dar olan bağıntı önalanında (İng. *domain*) bir çelişki hasıl olmazsa, yani ideal nesneler ortadan kaldırıldığında eski nesneler için söz konusu bağıntılar eski bağıntı önalanında geçerli ise, meşru olarak kabul edilebilir.

Bu ifade, Gödel tamamlanamazlık teoremlerinin ortaya çıktığı bağlamı ifade etmektedir. Bilindiği gibi Gödel, tamamlanamazlık teoremlerinin ispatında, bir yandan mantıksal ve aritmetiksel nesneleri, diğer yandan da biçimsel nesneleri kullanmaktadır. Gödel numaralandırmasında, doğal sayılar biçimsel sayı kuramında kullanılan ilksel işaretlere atanmaktadır. Aritmetikselleştirme aşamasında, biçimsel kuram say kuramsal ilksel yinelemeli fonksiyonlar ve bağıntılar tarafından temsil edilmektedir. Aritmetikselleştirmenin tersine çevrildiği aşamada, sayı kuramsal ilksel yinelemeli fonksiyonlar ve bağıntılar, biçimsel kuram içerisinde *düzgün tamdeyimler* (İng. *well-formed formula*) vasıtasıyla temsil edilmektedir. Biçimsel, mantıksal ve aritmetiksel varlık alanları arasındaki bu geçişler ispatların kendilerine dayanılarak gerçekleştirildiği bağlamların açıkça görünür kılınmasını güçleştirmektedir.

2 *Ibid.*, s. 383.

Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri biçimsel dizgelerin bazı temel özelliklerini ortaya koymaktadır; öte yandan bu teoremlerin biçimsel nesnelerin kuruluşunun dayandığı ontolojik zemini açmakla ilgili bir amacı bulunmamaktadır. Bu bakımdan, tamamlanamazlık teoremlerinin mantıksal yapısını çözümlemek, ontolojik bir inceleme için yetersizdir. Bizce, ontolojik bir inceleme Gödel tamamlanamazlık teoremlerinin doğru ve yeterli bir biçimde anlaşılabilmesi için elzemdir. Bunun başarılabilmesi için ise, bir biçimsel kuramın temel unsurlarının, bu unsurların dayandığı ve birbirleriyle ilişki içerisinde bulunmasını temin eden zeminin açılması gerekmektedir.

Tarihsel olarak bilindiği gibi, bir biçimsel dizgenin mahiyeti, Turing'in, daha sonra Turing makineleri olarak anılan yöntemi kullanarak hesaplanabilirliğe dair bir açıklama getirmesine kadar yeteri kadar açıklığa kavuşamamıştır. Gödel'in kendisi de Turing'in hesaplanabilirliğe ilişkin olarak verdiği muğlaklığa yer bırakmayan bu açıklamanın bir biçimsel dizgenin ne olması gerektiğine ilişkin bir açıklama temin ettiğini öne sürmüştür. Bilindiği gibi, söz konusu hesaplanabilirliğin sınırının nereden geçtiğine dair daha sonraki araştırmalar, meşhur Church-Turing tezinin ifade edilmesiyle nihayetlenmiştir.

Literatürde Church-Turing tezinin farklı ifade edilişleri olsa da, tez, esasen yinelemeliliğin etkin hesaplanabilirlikle eşdeğer (İng. *equivalent*) olduğunu ifade etmektedir. Daha da genişletilmiş bir biçimde, kısmi yinelemelilik kısmi etkin hesaplanabilirlikle eşdeğerdir. Etkin hesaplanabilirlik bir fonksiyonun sabit bir yordama göre sonlu adımda hesaplanabilmesi demektir. Her bir yinelemeli fonksiyonun etkin hesaplanabilir olduğu ispatlanmıştır. Öte yandan bu ifadenin evriğinin, yani hesaplanabilir her bir fonksiyonun yinelemeli olduğunun bir ispatı bulunmamaktadır. Bununla birlikte, bu ikinci ifade mevcut tüm hesaplanabilir fonksiyonlar için doğrulanmıştır. Hesaplanabilirliğin bir tanımını vermeye çalışan, görünüşte birbiriyle farklı girişimlerin (örneğin Markov, Turing, Gödel ve Herbrand'ın girişimlerinin) birbirleriyle eşdeğer olduğu da ispatlanmıştır. Ancak bu tezin doğruluğunun nedenini açıklayan *a priori* bir neden öne sürülememiştir.

Hem Gödel tamamlanamazlık teoremleri hem de Church-Turing tezi, biçimsel olan ve olmayan nesneler arasındaki ilişkiler hakkında önemli birtakım gerçekleri ifade etmektedir. Öte yandan, Hilbert'ın ifade ettiği biçimiyle, "tüm düşünceden veya biçimsel olmayan nesnelerden bağımsız olarak somut işaretlerin görüsel mevcudiyeti" yeterince iyi temellendirilmemiştir.

İncelememizin bu kısmında ilk olarak, biçimsel nesnelerin ontolojik bir çözümlemesini sunuyoruz ve biçimsel nesnelerin nihai olarak doğal sayılara dayandığını gösteriyoruz (Bölüm 7). Ontolojik anlamda bir döngüselliğin mevcudiyetini ortaya koyarak Gödel tamamlanamazlık teoremlerini anlamaya ve yorumlamaya çalışıyoruz. Ayrıca Church-Turing tezinin geçerli olmasının *a priori* bir nedeninin olduğunu gösteriyoruz.[3] Bunu yaparken de biçimsel yordamlarla yinelemeli yordamlar arasında yapılan ayrımın esasa dair olmadığını ortaya koyuyoruz (Bölüm 8). Biçimsel nesnelerin ontolojik temellerine ilişkin incelememiz geometrinin daha gerçekçi bir biçimde kavranılabilmesi için önemli sonuçlar doğuruyor. Bu aşamada, Hilbert'ın geometrinin temellerine yönelik incelemesini[4] dikkate alıyoruz ve bir eleştirisini sunuyoruz (Bölüm 9 ve 10).

Şimdi böyle bir ontolojik incelemeyle neyi kastettiğimizi kısaca sunalım.

Ontolojik Bir İnceleme İhtiyacı

Herhangi bir şeye yönelik ontolojik bir incelemeyle, o şeyin kuruluşuna dahil olan unsurların, bu unsurların mevcut oldukları zeminlerin ve birbirleriyle ilişkilerinin belirlenmesini kastediyoruz. Çağdaş üst-matematiksel çalışmalarda bu anlamda bir ontolojik incelemeye ilişkin bir incelemenin yeterince önplana çıkarılmadığını söyleyebiliriz. Bu tür bir incelemeye konu olarak bir teoremi alırsak, söz konusu ontolojik inceleme: (i) teoremin ifade edilmesinde ve ispat edilmesinde kullanılan temel unsurların belirlenmesini, (ii) bu unsurların kendisine

---

3 *Bkz.* Bölüm 8.

4 *Bkz.* Bölüm 8.

dayandığı zeminlerin belirlenmesini ve (iii) bu unsurlar arasındaki bağıntıların belirlenmesini içermelidir.

Temel unsurların belirlenmesinde kullandığımız "zemininde yer alma" bağıntısını şu biçimde ifade ediyoruz:

x ontolojik bakımdan y'ye dayanır, ancak ve ancak y'nin inşası x'e ihtiyaç duyar ise ve x var olmadığında y'de var olmaz ise.

Bu tanıma göre, x, y'nin mevcut olduğu *mekân*ın bir unsurudur deriz. Burada *mekân* y'nin var olduğu ontolojik uzaya karşılık gelmektedir. Bu çalışma boyunca biz "*mekân*" terimini bu anlamda, bir nesnenin içinde/sayesinde mevcut olduğu zemin ya da yer olarak ve "uzay" teriminden farklı bir anlamda kullanıyoruz.[5]

5 *Bkz*. Bölüm 1, Dipnot 26.

7

Biçimsel Nesne ve Doğal Sayı

Özet

Bu bölüm, biçimsel nesnelerin ontolojik temelleri hakkındaki incelememizin birinci bölümünü içermektedir. İlk olarak, biçimsel nesnelerin inşası için gerekli olan sıranın mahiyeti üzerine odaklanıyoruz. Biçimsel nesnelerin doğal sayıların sırası olmaksızın inşa edilemeyeceğini gösteriyoruz. İkinci olarak, biçimsel nesnelerin inşası için gerekli olan yerlerin dolaysız ve kalıcı çokluğunun mahiyetine dair bir incelemeye girişiyoruz. Böyle bir çokluğun saf matematiksel inşanın mekânıyla aynı olduğunu gösteriyoruz.

7.1. Biçimsel Nesnelerin Ontolojik Temelleri

İncelememizin bu bölümü biçimsel nesnelerin ontolojik temellerinin aydınlatılmasına yöneliktir.

Ontolojik bir bakış açısından biçimsel bir kuramın inşası ile söz konusu kuramın unsurlarının temsil edilmesi birbirin-

den ayırt edilmelidir. Bir biçimsel kuramın inşa edilmesiyle söz konusu biçimsel kuramın elde edilmesini anlıyoruz. Bu itibarla, biçimsel bir kuramın inşası söz konusu kurama ait biçimsel unsurların (ilksel işaretler, tamdeyimler, ispatlar) belirlenmesini içerir. Böyle bir inşa için temel olarak iki yol bulunmaktadır: Bunlardan ilki, unsurların açıkça sayılıp dökülmesi, diğeri ise yinelemeli ya da tümevarımsal tanımlamadır. Bu altbölümde biz, biçimsel bir kuramın inşa edilmesine değil, söz konusu biçimsel kuramın unsurlarının temsil edilmesine odaklanacağız.

Biçimsel bir kurama ait biçimsel nesneler farklı yollarla temsil edilebilir: sesler çıkararak, bazı şekilleri ya da harfleri bir kâğıt ya da şerit üzerine yazarak vb.

Bir biçimsel kuramın inşa edilmesi ve temsil edilmesi arasındaki fark dikkate alındığında karşımıza biçimsel kuramların ontolojik temellerine ilişkin olarak iki ayrı soru çıkmaktadır: 1. Biçimsel bir kuramın inşa edilmesinin ontolojik zemininde ne yer almaktadır? 2. Biçimsel bir kuramın temsil edilmesinin ontolojik zemininde ne yer almaktadır?

Yukarıda da ifade ettiğimiz gibi bu bölümün konusu ikinci soruyla ilgilidir. İkinci soruyla incelememize başlamamızın nedenini şöyle ifade edebiliriz: Görünüşe göre, biçimsel bir nesnenin temsilinin, örneğin bir tamdeyimin (İng. well-formed *formula*) bir kâğıt üzerinde harfler yoluyla elde edilen temsilinin biçimsel nesnenin kendisi olduğuna dair yaygın bir kanaat bulunmaktadır. Ancak biz bu incelememizde bunun böyle olmadığını ve biçimsel bir nesnenin temsilinden fazla/farklı bir varlığa sahip bulunduğunu göstermeye çalışacağız.

Bu itibarla, yukarıda ifade ettiğimiz ilk soru, biçimsel bir nesne ontolojik olarak temsillerinden birine dayanır mı veya biçimsel bir nesneyi temsillerinden birisiyle özdeşleştirebilir miyiz sorularından bağımsız olarak yanıtlanamaz. Bir başka deyişle, biçimsel bir nesnenin varlığının (nesnel bir anlamda) kuşatılabilmesi için söz konusu biçimsel nesnenin bir temsilinin kiplikleri yeterli midir sorusunu öncelikle ele almak durumundayız. Burada "nesnel" ifadesi çok özgül olarak "nesneden ya da eğer nesnenin parçaları mevcutsa nesnenin parçalarının

içsel bağıntılarından kaynaklanan ve var olmak için bir özneye (bir insana ya da robota) ihtiyaç duymayan" anlamında kullanılmaktadır.

Bu bölümde savunacağımız esas görüş, biçimsel nesneleri temsil etmek üzere bir kâğıt parçası üzerine yazılan ya da bir şerit üzerindeki bölmeler içerisine yerleştirilen işaretlerin kendi başlarına bir biçimsel nesne olabilmek üzere yeterli olmadıklarıdır. Esasen böyle temsillerin oluşturulabilmesi yukarıda bahsettiğimiz anlamda bir öznenin söz konusu işaretlere bir sıra tayin etmesiyle kabildir. Şimdi biçimsel nesnelerin temsiline ilişkin sorunları ayrıntılı olarak inceleyelim.

Gödel birinci tamamlanamazlık teoreminin ifade edilişine şu aşağıdaki gözlemle başlamaktadır:[1]

> Bir biçimsel dizgenin tamdeyimleri (ki biz burada kendimizi PM dizgesiyle sınırlıyoruz) dış görünüşleri itibariyle ilksel işaretlerin sonlu dizileridir... Şüphesiz, üstmatematiksel telakkiler bakımından hangi nesnelerin ilksel işaretler olarak seçildiğinin bir önemi yoktur ve biz doğal sayıları bu amaçla kullanacağız. Sonuç olarak, bir düzgün tamdeyim, doğal sayıların sonu bir dizisi ve bir ispat dizisi, doğal sayıların sonlu dizilerinin sonlu bir dizisi olacaktır. Üst-matematiksel nosyonlar (önermeler) doğal sayılar veya onların dizileri hakkında nosyonlar (önermeler) olurlar; böylece, onlar (en azından kısmen) PM dizgesinin kendisinin işaretleri tarafından dışavurulabilirler.

Gödel'in ifade ettiği bu gözlem matematikçilere, mantıkçılara ve felsefecilere gayet doğal ve sezgilere uygun görünmekle beraber çok temel bir anlamda bir muğlaklık içermektedir. Gerek ontolojik, gerekse matematiksel bakış açılarından hangi nesnelerin biçimsel bir kuramın ilksel işaretleri olacağı ve bu nesnelerin dayanaklarının ne olduğu son derece önemlidir. Gödel'in yukarıdaki iddiasının aksine doğal sayıların biçimsel bir dilin ifadelerine eşlenmesi biçimsel bir ispat içerisinde rastlantısal bir biçimde atılmış bir adım değildir. Bu incelememizde öne süreceğimiz gibi Gödel numaralandırması ve arit-

1 K. Gödel, (1931), s. 147.

metikleştirme (yahut uygun bir başka numaralandırma) hem biçimsel bir dizgenin nesnel temsili hem de temsil edilebilmesi için vazgeçilmezdir.[2]

Biçimsel bir kuramda, Gödel'in kendisinin de ifade ettiği gibi, biçimsel dizgenin unsurları ya da nesneleri, ister ilksel işaretler, ister tamdeyimler ya da ispatlar olsun, "dış görünüşleri" itibariyle ele alınırlar. Dış görünüş itibariyle, biçimsel bir ifadenin iki ana özelliği bulunmaktadır: birincisi uzunluk, yani ifadedeki işaretlerin sayısı; ikincisi ise işaretlerin düzgün biçimde sıralanmış olması. Herhangi bir ya da birden fazla işaret bir ifadeye eklendiğinde ya da bir işaretin ya da birden fazla işaretin yeri değiştirildiğinde, dış görünüş itibariyle farklı, biçimsel kurama ait olan ya da olmayan bir ifade elde ederiz. Dolayısıyla dış görünüş itibariyle, biçimsel bir kurama ait bir düzgün tamdeyim sıralanmış bir işaret dizisidir; bir ispat ise sıralanmış bir tamdeyimler dizisidir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, bir kurama ait işaretlerin sonlu diziler halinde sıralanması olmaksızın ne biçimsel bir tamdeyimden ne de biçimsel bir ispattan söz edilebilir.

Son olarak bir noktayı daha vurgulamak istiyoruz: Biçimsel nesneler söz konusu olduğunda sıralanan unsurlar bizatihi işaretler değil, bu işaretlerin işgal ettiği yerlerdir.

Bir biçimsel dizgenin inşası için gerekli sıranın ontolojik zeminini şimdi Bölüm 7.2.'de ele alacağız. Bir biçimsel dizgenin inşası için gerekli yerlerin ontolojik zeminiyle ilgili değerlendirmelerimizi ise Bölüm 7.3.'te sunacağız.

7.2. Biçimsel Nesnelerin İnşası İçin Gerekli Sıranın Ontolojik Temelleri

Bir düzgün tamdeyim belli bir sıraya sahip sonlu bir işaret dizisi, bir ispat ise belli bir sıraya göre düzenlenmiş bir işaret

2 Burada, Gödel'in kullandığından farklı bir yöntemle tamamlanamazlık fenomeninin ifade ya da ispat edilemeyeceğini söylemiyoruz. İspat yöntemi ne olursa olsun, ispat biçimselleştirildiği anda, Gödel numaralandırması ve doğal sayılar, ispatın içerisinde yapılacağı dizgenin nesnel temsili için esas teşkil ederler diyoruz.

dizileri dizisidir. Biçimsel bir kuramın inşa edilmesinde hem bir ilksel işaret kümesine hem de bir sıraya ihtiyaç duyarız. Bu durumda şu soruyu sorabiliriz: Biçimsel bir dizgenin işaretlerinin kendisine göre düzenlendiği sıra işaretlerin kendisinden mi gelir? Bu soruya cevap vermek için biçimsel nesnelerin temsili için gerekli sıranın mahiyeti hakkında daha iyi bir kavrayışa sahip olmamız gerekir.

İlk olarak dikkat edilmesi gereken nokta, bir düzgün tamdeyim oluşturma üzere dizilen işaretlerin birbiri ardınca (ardarda) sıralanması gerektiğidir. Söz konusu işaretler sadece yanyana değildir. Bu nokta tamdeyimin tanımından kolayca anlaşılmaktadır: Bir düzgün tamdeyim sınırlı bir ilksel işaret *dizi*sidir. Bu tanımda kullanılan dizi terimi, nesnelerin ardarda düzenlendiği anlamına gelmektedir. Ayrıca bir ispat oluşturmak üzere düzenlenen tamdeyimlerin de ardarda dizilmesi gerekmektedir. İspatlara ilişkin verilen genel geçer bir tanımı dikkate alalım. Bir ispat *A*1, A2, ... An tamdeyimlerinin oluşturduğu bir dizidir, öyle ki her bir i için ya Ai bir aksiyomdur ya da daha önceki tamdeyimlerden bazılarından çıkarım kurallarıyla elde edilmiştir. Bu tanımdan da anlaşılacağı üzere, dizi oluşturma ve tamdeyimler arası öncelik-sonralık bir ispatın tanımlanması için zorunludur. Dolayısıyla daha önce sorduğumuz soruyu şu şekilde yeniden ifade edebiliriz: İlksel işaretler kendilerinin bir biçimsel nesne oluşturmak üzere kendisine göre düzenleneceği bir ardardalık bağıntısını belirleyebilirler mi?

Bir önceki paragrafta söylenilenlerden hareket edersek, biçimsel kuramlara ilişkin ontolojik araştırmamızı sürdürmeden önce ardardalık bağıntısıyla neyi kastettiğimizi açıklığa kavuşturalım. Esasen burada yürüttüğümüz incelemenin açıklığa kavuşması için nesneleri kendilerine göre düzenlediğimiz iki temel bağıntıyı birbirinden ayırt etmek son derece önemlidir: nesneleri birbiri ardına sıralayan ardardalık bağıntısı ve nesneleri yanyana yerleştiren yanyanalık bağıntısı.[3] Öncelikle şu tanımları dikkate alalım:

3 Kantçı düşünce içerisinde ardardalık ve yanyanalık bağıntıları iki temel bağıntıdır. *Bkz.* Kant, (1800), s. 65.

R, A'da bir hemen hemen sıralama (İng. *quasi-ordering*) bağıntısıdır, R, A'da yansımalı (İng. *reflexive*) ve geçişli (İng. *transitive*) ise.

R, A'da bir kısmi sıralama (İng. *partial ordering*) bağıntısıdır, ancak ve ancak R, A'da yansımalı, tersbakışımlı (İng. *antisymmetric*) ve geçişli ise.

R, A'da bir sıkı(katı)-kısmi sıralama (İng. *strict-partial*) bağıntısıdır, ancak ve ancak R, A'da geçişli ve bakışımsız (İng. *asymmetric*) ise.

R, A'da bir sıkı-basit sıralama (İng. *strict-simple*) bağıntısıdır, ancak ve ancak R, A'da sıkı-kısmi bir sıralama ise ve R, A'da bağlaşık (İng. *connected*) ise.

R, A'da bir zayıf sıralama (İng. *weak-ordering*) bağıntısıdır, ancak ve ancak R, A'da bir hemen hemen sıralama bağıntısı ise ve R, A'da sıkı bağlaşık (İng. *strictly connected*) ise.

Yukarıda tanımlanan sıralama bağıntıları arasından, sıkı-basit sıralama (İng. *strict-simple ordering*) ve sıkı-kısmi sıralama (İng. *strict-partial ordering*) tipik ardardalık bağıntılarıdır. Bu bağıntılar bir kümenin elemanlarını ardarda sıralarlar. Örneğin "küçüktür" bağıntısı sıkı-basit sıralamadır (İng. *strict-simple ordering*) ve doğal sayıları ardarda sıralar. Hemen hemen sıralama (İng. *quasi-ordering*), kısmi sıralama (İng. *partial ordering*), sıkı-basit sıralama (İng. *strict-simple ordering*) ve zayıf sıralama (İng. *weak ordering*) sıralama bağıntıları olmakla beraber ardardalık bağıntıları değildirler. Çünkü tüm bu sıralama bağıntıları yansımalıdır ve bir nesne kendisinin ardında yer alamaz. Ardardalık bağıntısına karşıt olarak, herhangi bir bağıntının bir yanyanalık bağıntısı olabilmesi için yansımalı ve bakışımlı olmasının yanı sıra, geçişken ve sıkı-bağlaşık (İng. strongly connected) olması gerekir. Açıkçası, bir ardardalık bağıntısı da bakışımlı olamaz. Dolayısıyla bir ve aynı bağıntı bir kümenin elemanları üzerinde bir ve aynı anda ardardalık ve yanyanalık bağıntısı olamaz. Bu itibarla, ardardalık ve yanyanalık bağıntıları bağdaşmazdır.

Şimdi ardardalık bağıntısıyla neyi kastettiğimizi açıklığa kavuşturduğumuz için bu bağıntıya tabi nesneleri aramaya başlayabiliriz. Öncelikle biçimsel nesnelerin iki boyutlu geo-

metrik nesnelerle temsil edilip edilemeyeceğine bakalım. Bu bölümde iki boyutlu bir yüzeye yerleştirilen işaretleri dikkate alıyoruz. Ayrıca nesneleri geometrik özellikleri itibariyle inceliyoruz. Dolayısıyla şekil, geometrik yer, işaretlerin uzunluğu ya da büyüklüğü incelememizin konusunu oluşturuyor. Ancak eğer başlamadan geometrik nesnelerin mahiyeti üzerine bir an durup düşünürsek, geometrik nesnelerin (kaç boyutlu olurlarsa olsunlar) içinde bulundukları uzayda yanyanalık bağıntısına göre düzenlendiklerini görürüz. Esasen bu tespit biçimsel bir nesnenin geometrik temsillerinin arzu ettiğimiz ardardalık bağıntısını bize vermeyeceğini göstermek için yeterlidir. Ama tüm şüphe ve muğlaklıkları giderebilmek üzere farklı olasılıkları Bölüm 7.2.1.'de ayrıntılı olarak ele alıyoruz. Bu kadar ayrıntılı bir incelemeye ihtiyaç duymamızın nedeni, işaretleri, örneğin bir kâğıt üzerinde mevcut harfleri, okurken izlediğimiz sıranın söz konusu işaretlerden geldiğine, yahut işaretlerde mündemiç olduğuna dair yanlış kanaattir. Aşağıda görüleceği gibi, durum böyle değildir.

Daha sonra, fiziksel halleri dikkate alacağız ve ardardalık bağıntısının elde edilmesini temin edip etmeyeceklerini inceleyeceğiz. Bu tarz bir yaklaşımı özellikle Turing makinelerin ele aldığımız Bölüm 7.2.2.'de değerlendiriyoruz. O altbölümde fiziksel hallere dayanarak sorunu halletmeye çalışmanın yol açtığı sorunlara dikkat çekiyor ve fiziksel hallerin biçimsel nesnelerin temsil edilmesi için yetersiz olduklarını göstermeye çalışıyoruz.

Aynı altbölümde, ayrıca fiziksel zamanın ardardalık bağıntısı için bir zemin teşkil edip etmediğini tartışıyoruz. Zamanın anlarının (parçalarının) bir ardardalık bağıntısına göre sıralanmasının da çözüm için yeterli olmadığını ve fiziksel hallerle benzer sorunların bu durumda da mevcut olduğunu gösteriyoruz.

Son bir deneme olarak, biçimsel-olmayan nesneler olarak kümeleri Bölüm 7.2.3.'te dikkate alıyoruz. Orada, kümelerin bir ardardalık bağıntısına göre sıralanımının örtük biçimde etkin bir yönteme varsaydığını ortaya koyuyoruz. Etkin bir yöntem biçimsel işlemlere ve söz konusu biçimsel işlemlerin sırası da

doğal sayılara dayanmak durumunda olduğu için doğal sayıların sırasına biçimdeş (İng. isomorphic) olan kümelerin bir sıralanımının örtük olarak doğal sayıların sırasını varsaydığını savunuyoruz. Sonuç olarak, en temel ardardalık bağıntısının doğal sayılar tarafından sağlandığını iddia ediyoruz.

7.2.1. Biçimsel Bir Kuramın İki Boyutlu Bir Yüzey Üzerinde İşaretler Vasıtasıyla Temsili

Bir nesnenin "dış görünüşü" nesnenin unsurlarının bir ardardalık bağıntısına göre sıralandığı nesnel zemini belirlemez. Örneğin bir kâğıt parçası üzerine yazılan işaretlerden bu işaretlerin hangi sırayla okunması gerektiği ortaya çıkmaz.

Esasen bir okuyucu (yani bir özne) söz konusu işaretleri belli bir sıra dahilinde okuyarak bu sırayı harflere uygular. Bu suretle bir sıranın işaretlere uygulanmasına izin verilmesi, biçimsel kuramın öznel bir zeminde temsil edildiği anlamına gelir.

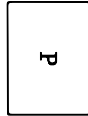
Bu incelememizde genel olarak göstermeye çalıştığımız şey, biçimsel bir kuramın temsil edilmesi için gerekli sıranın biçimsel kuramın temsil edildiği kiplikler vasıtasıyla temin edilemeyeceğidir. Bir başka deyişle, biçimsel bir kuramın nesnel anlamda inşası için biçimsel temsilden fazlası gerekmektedir. Bu itibarla, biçimsel kuramların göründükleri kadar "biçimsel" olmadıklarını savunacağız. Bu altbölümde ise bir kâğıt üzerine yazılan işaretlerin neden söz konusu sırayı temin edemediğini ele alacağız. Şimdi aşağıda sunulan şu işaret gruplarını dikkate alalım:

(a)	(b)
O O	• O O
O • O	O • O
• O O •	O O
	•

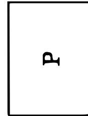
(a)'daki işaretler nasıl okunmalıdır? Eğer geometrik birtakım uzlaşımlar kullanmazsak onları istediğimiz sıraya göre

okuyabiliriz. Eğer belli bazı geometrik uzlaşımlar kullanırsak, örneğin işaretleri dışsal görünümlerindeki düzenliliklere göre önce soldan sağa veya sağdan sola ve daha sonra yukarıdan aşağı ya da aşağıdan yukarı okuyabiliriz. Görüldüğü gibi, tek bir okuma yolu ve sırası bulunmamaktadır. İşaret grubunun bulunduğu sayfayı (b)'deki şekli elde edecek şekilde 90° saat yönünde döndürürsek işler daha da karışık bir hal alır. Şimdi üst ve altın, sağ ve solun değiştiği yeni bir dış görünüm elde etmiş oluyoruz. Açıkça görüldüğü gibi, biçimsel kuramlarda bu tür farklı okumalara ve dolayısıyla öznel tercihlere yer verilemez. Bu güçlüğü çözebilmek için aşağıda sunulan şu dört yoldan birini deneyebiliriz:

1. İşaretlerin biçimlerine geometrik kısıtlamalar getirebiliriz; örneğin simetrik şekilleri kullanmayabiliriz. Ayrıca belli bir işaretin ancak belli biçimlerine ve görünümlerine izin verebiliriz. Ancak işaretlerin okunmasına belli kısıtlamalar getirmek veya işaretlerin belli görünüşlerinin okunmasına izin verebilmek için yöne (yönlülüğe) ihtiyaç duyarız. Yönlülüğün neden gerekli olduğunu görebilmek için bir harfin nasıl okunması gerektiğini belirlemeye çalışalım. Örneğin "P" harfini ve onun bir sayfa üzerindeki farklı görünümlerini dikkate alalım:



veya



ve bunun gibi...

Böyle bir belirlemeye gittiğimizde, "harfin yuvarlak tarafı sağa gelmeli" ya da "harf şu şekille örtüşmeli" gibi ifadeler kullanmak durumundayız. Burada kullanıldığı biçimiyle yön-

lülük "sol" ve "sağ" gibi öznel, yani bir özneye göre değişebilen göndermeler içermektedir. Öte yandan, bir biçimde işaretlerin belli biçimlerinin okunması konusunu halletsek bile böyle bir belirlenim işaretlerin birbirinin ardı sıra okunması için yeterli olmamaktadır. İşaretlerde belli bir sıra dahilinde okunmalarını gerektirecek bir özellik bulunmamaktadır.

2. İşaretlerin okunma sırasını geometrik nesnelerde mevcut geometrik yerleri kullanarak belirlemeye çalışabiliriz; örneğin işaretleri bir doğru parçasının uçlarına ve orta noktasına vb yerleştirebiliriz. Bu yolla, işaretleri boş bir yüzeye yerleştirmek ve sıralamakla ilgili muğlaklığı gidermiş olabiliriz. Ancak bu yöntem de sorunu çözmeyecektir. Çünkü işaretlerin söz konusu yerlere atanması belli bir sıra dahilinde yapılmak durumundadır. Böyle bir sıralamanın zemini geometrik nesnelerde mevcut değildir. Geometrik nesnelerde bir "birincilik", "ikincilik" vb bulunmamaktadır. Geometrik nesnelerin parçaları ardarda değil, yanyana olarak düzenlenmiştir.
3. Bir işaretin ve işaret grubunun uzunluğu veya büyüklüğü işaretlerin sıralanmasında kullanılabilir. Örneğin şu aşağıdaki şekilleri dikkate alalım:

____		I
________	o O O	II
______________		III
(a)	(b)	(c)

(a)'da verilen doğru parçalarının uzunluklarına göre sıralandıkları (örneğin artan bir sıra izledikleri) söylenebilir mi? Dış görünüş bakımından bu doğru parçaları büyüklüklerine göre sıralanabilir. Ancak böyle bir sıralamada yapılacak olan şey, en üstte yer alan doğru parçasının ilk sıraya yerleştirilmesidir. Böyle bir sıralama ise grup içerisinde yer alan doğru parçalarının düzenlenmesini ve en küçük uzunluğa sahip olanın belirlenmesini içerir. Bu ise etkin bir yönteme (bir tür algoritmaya) ihtiyaç duyar. Böyle bir etkin yöntem ise belli işlemlerin belli bir düzene göre ardarda yapıldığı bir bütündür.

Dolayısıyla elimizde en başta bir sıra olmaksızın, söz konusu doğru parçaları sıralanamaz. Benzer bir düşünüş biçimi (b) ve (c)'de verilen nesneler için de geçerlidir. Uzunluk ya da büyüklük sıralanacak nesnelerin ayrıklığını temin etse de ardardalık bağıntısına göre bir sıralama yapılabilmesi için yeterli değildir. Akla şöyle bir yöntem de gelebilir: Doğru parçalarının her birine, o doğru parçasının uzunluğuna karşılık gelen bir gerçel sayı atandığında doğru parçaları uzunluklarına göre sıralanabilirler. Ancak bu sıra doğru parçalarından değil, gerçel sayılardan gelmektedir. Bu kanıtlama da yine (b) ve (c)'deki nesneler için geçerlidir.

4. Son olarak bir sayfa/düzlem üzerindeki farklı işaretleri/şekilleri sıralamak üzere şöyle bir yöntem kullanabiliriz:
   I. Şekilleri bir doğru ya da eğri çizgiyle, her bir şekil çizgi üzerinde bir kez yer alacak biçimde, birleştir.
   II. Çizginin iki ucuna iki ayrı işaret (mesela L ve R) koy.
   III. Şekilleri L'den başlayarak ve çizgiyi takip ederek R'ye kadar oku.

Şimdi şekiller sıralanmış görünmekle beraber, bu yöntemi geliştirmek üzere üç adımı birbirinden ayırt ettiğimizi ve sıraladığımızı gözden kaçırmamalıyız. Burada kullandığımız sıralama da elbette söz konusu şekillerden gelmemektedir. Dolayısıyla yine bir döngüsellikle karşı karşıya gelmiş bulunuyoruz. Şekiller sıralamak için baştan bir sıraya ihtiyaç duyuyoruz. Aslında, bu son maddede önerilen sıralama yöntemi dışsal bir öznenin şekillere bir sıra vermesine dayanmaktadır ve bu konu Bölüm 7.2.2.'de ayrıntılı olarak tekrar ele alınacaktır.

Sonuç olarak, biçimsel bir kuramı iki boyutlu bir yüzeye yazılan işaretler yoluyla temsil etmek istediğimizde, "dış görünüş" biçimsel kurama ait nesnelerin parçalarının hangi sıraya göre düzenleneceğini belirlemekte yetersiz kalmaktadır.

Bu altbölümde ifade ettiğimiz güçlükler bir başka temsil yöntemiyle aşılmaya çalışılmıştır: Turing makineleri. Hatta Gödel, 28 Ağustos 1963'te, 1931 tarihli makalesine eklediği bir notta, Turing makinelerini "biçimsel bir dizgenin genel mef-

humunun tam ve soruya yer bırakmayacak ölçüde yeterli bir tanımı"[4] olarak gördüğünü açıklamaktadır.

Şimdi bir Turing makinesinin ne olduğuna ilişkin bir açıklama verip biçimsel bir kuramın temsil edilmesinde karşılaştığımız güçlükleri giderip gidermediğini inceleyeceğiz.

7.2.2. Bir Biçimsel Kuramın Turing Makineleri Vasıtasıyla Temsili

Bir Turing makinesi şu aşağıdaki unsurlardan oluşur:

1. Kutucuklara bölünmüş, her iki yöne de sonsuzca uzayabilen (ya fiili olarak sonsuz olduğu varsayıldığı için ya da her iki uçta gerektiğinde fazladan bir kutucuk ekleyerek şeridi istenildiği kadar uzatabilen bir robot/mekanizma yerleştirilmiş) doğrusal bir şerit.

   Her bir kutucuğa tek bir işaret yazılabilir; boş kutucuklar kendilerinin boş olduğunu gösteren özel bir işarete sahip olabilirler.

2. Şerit üzerinde işlemler icra eden bir makine ya da robot.

   Makine, yürüttüğü işlemlerin her bir adımında sonlu sayıda içsel hallerden birinde bulunacak biçimde tasarlanmıştır. Her bir hal makinenin icra ettiği bir komutu içerir. İşlemlerin her bir adımında makine şeritteki tek bir kutucuğu tarar. Makine:

   i. Taranan kutucukta hangi işaret olduğunu belirleyebilir.
   ii. Bir işareti silebilir ya da yazabilir.
   iii. Bir kutucuk sağa ya da bir kutucuk sola hareket edebilir.

3. Makinenin uygulayacağı komutları içeren bir yönerge (bir komut kümesi)

   Tüm komutlar koşullu olarak ifade edilir: Bir adımda taranan kutucukta bulunan işaretin ne olduğuna bağlı olarak makinenin belli bir işlemi gerçekleştirmesini ifade eder. Dolayısıyla eğer kullanılan n tane işaret var ise makinenin icra edebileceği n+3 adet işlem mevcuttur: İşlem yapmayı durdur, bir kutucuk sağa git, bir kutucuk sola git, n işaretten herhangi

4 Gödel (1931), s. 195.

birini yaz. İçinde bulunulan hal ve içinde bulunulan adımda taranan kutucukta bulunan işaret hangi işlemin gerçekleştirileceğini ve bir sonraki halin ne olacağını belirler. Komutları içeren yönerge farklı biçimlerde sunulabilir. Örneğin (Boolos ve Jeffrey, 1974'te) tablolar, akış diyagramları veya sıralı dörtlülerin bir kümesi bu amaçla kullanılmıştır.[5] İşlemleri ise bir makine yerine bir insanın gerçekleştirmekte olduğu varsayılmıştır. Bizim incelememiz açısından ilginç olan ise yazarların komutları içeren yönergeyi nesnel bir biçimde sunabilmek amacıyla doğal sayıları kullanmalarıdır. Oysa doğal sayılar biçimsel nesneler olmadıklarından biçimsel bir dizgeyi temsil etmek üzere bir Turing makinesinde kullanılmalarına izin verilemez. Eğer doğal sayıların kullanımına izin verilirse, biçimsel kuram biçimsel olmayan bir mefhuma, yani doğal sayıya bağımlı hale gelir.

Şimdi bir Turing makinesini betimlediğimize göre, biçimsel bir kuramın tanımını verebiliriz. Biçimsel bir kuramın ifadeleri söz konusu şerit üzerine yazılarak temsil edilir. Komutlar söz konusu işaretlerin okunmasını ve ispatların yapılmasını içerir. Dolayısıyla asıl konu, komutları içeren yönergenin belirlenmesidir. Yukarıda işaret ettiğimiz gibi söz konusu yönergenin sunumunda doğal sayılardan yararlanılamaz; aksi takdirde biçimsel kural arzu edildiği gibi "biçimsel" olmaktan çıkar.

Yukarıda, biçimsel bir dizgenin iki boyutlu bir yüzey üzerine yazılan işaretler yoluyla temsil edilmesine ilişkin incelememizde ifade ettiğimiz gibi, yönergenin sunulmasında geometrik araçlardan yararlanılamaz. Çünkü ifade ettiğimiz (öznelliğe ilişkin) tüm çekinceler burada da söz konusu olur. Dolayısıyla geriye, yönergenin sunulması için iki farklı yöntem kalmaktadır: fiziksel halleri kullanmak ya da fiziksel zamanı kullanmak. Örneğin makinenin voltajı belli bir düzeydeyse makine belli bir işlemi yapar; ya da makine belli bir işlemi belirtilen belli bir fiziksel zamanda yapar.

Ancak bu tür sunum yöntemlerinin ciddi sakıncaları vardır. Turing makinesi matematiksel mantıkça gözetilen amaçlara

5 G. Boolos ve R. Jeffrey (1974).

ancak idealize edilirse hizmet edebilir. Yani makine pratik kullanımda ortaya çıkabilecek eksikliklerden bağımsız olmalıdır. Böyle bir idealleştirmeye gidilmezse, biçimsel bir kuram işleyişi nedenselliğe tabi bir makineye bağımlı hale gelir. Böyle bir durumda, elde edilen tüm üst-matematiksel sonuçlar belli fiziksel şartlara bağlı kılınmış olur. Örneğin bir biçimsel kuramın, diğer matematiksel şartlar bir yana, biçimsel kuramın temsilinde kullanılan makinenin güç kaynağı arıza yapmazsa ya da saat bozulmazsa tutarlı olduğu gibi saçma ifadelerde bulunmaya başlarız. Burada ifade edilen idealleştirme ancak söz konusu komutların bütününü içeren yönerge ideal olduğu sürece gerçekleşebilir. Dolayısıyla nesnel bir idealleştirme için başvurulabilecek nesneler (küme ya da doğal sayı gibi) biçimsel olmayan nesneler olmaktadır.

Tekrar vurgulamak gerekir ki, fiziksel hallerin ya da fiziksel zamanın kullanımından kaynaklanabilecek sorunlar bir kenara bırakılsa bile, Turing makineleri daha önce ele aldığımız işaret-kâğıt türü temsillerin içerdiği sakıncalarla maluldur.

Görünüşe göre, birbirinden sınırlarla ayrılmış kutucukları içeren bir şerit tasarlamak, işaretlerin her birinin yazılacağı yerlerin belirlenmesine ilişkin zorluğu bertaraf etmektedir. Bir bakıma, işaret-kâğıt yöntemi yerine Turing makinelerini kullanmayı düşünmek, ilksel işaretlerin dışsal ilişkilerinden bir sıra türetilemeyeceğinin örtük olarak kabul edilmesine dayanmaktadır. Turing makinesi, kendi üzerinde ayrılmış bölmeler taşıyan bir şerit yoluyla işaretleri bu bölmelere yerleştirerek sıralamayı sağlama alma denemesidir. Ancak bizce bu denemede başarılı olamamaktadır. Çünkü dışsal görünüş itibariyle, sahip olduğumuz şey, ayrı işaretlerin yanyana duran bölmelere yerleştirilmesidir. Dolayısıyla arzu edilen sıra dışsal bir özne tarafından işaretlere uygulanmaktadır. İşaretler bu durumda da nesnel bir sıraya sahip bulunmamaktadır.

Bu arada, bir Turing makinesinde kullanılan şeridin doğrusallığı ile doğal sayıları (ya da sayma sayılarını) temsil etmekte kullanılan bir doğru arasındaki benzerlik göz ardı edilmemelidir. Burada, doğal sayıları (ya da sayma sayılarını) temsil etmek için kullanılan doğruların saf olarak geometriye

ait olmadıklarını, noktaların, doğruların ya da şekillerin nesnel temsilinde doğal sayılardan yararlanıldığını da hatırlamak durumundayız. Geometrik olan ile sayısal olanın bu biçimde iç içe geçmiş olmasından kaynaklanan başka ontolojik sorunlar bulunduğunu düşünüyoruz. Ancak bu sorunlar şu anki incelememizin dışında kalmaktadır.

Dolayısıyla biçimsel bir kuramın unsurlarının nesnel bir surette tabi oldukları sıra Turing makineleri tarafından temin edilemez. Söz konusu sıranın elde edilebilmesi için ya kümelere ya da doğal sayılara başvurma zorunluluğu bulunmaktadır.

Daha öncede ifade ettiğimiz gibi, biz söz konusu sıranın ancak doğal sayılar tarafından temin edilebileceğini düşünüyoruz. Bir başka deyişle, sadece doğal sayıların sırası vasıtasıyla biçimsel bir kuramın temsilinde öznel unsurların kullanımından sakınılabilir. (Öznellikle burada, bir insanın ya da robotun kullanımını gerektiren durumları kastettiğimizi bir kez daha hatırlatalım.) Doğal sayıların sırasını bilmeksizin/idrak etmeksizin, hiçbir biçimsel kuram nesnel olarak temsil edilemez. Böyle bir nesnel temsil için diğer işaretlerdense doğal sayıları temsil eden rakamlar/nümeraller ya da ilk elemanı bir nümeral ikinci elemanı bir başka işaret olan sıralı ikililer kullanılmak durumundadır. Bu sonucun doğruluğunu ilan edebilmek için göstermemiz gereken tek husus, kümelerin de böyle bir nesnel temsil için yeterli olmadıkları ve hatta kendi temsilleri için doğal sayılara bağımlı olduklarıdır.

7.2.3. Biçimsel Bir Kuramın Kümeler Yoluyla Temsil Edilmesi

Bu altbölümün başında amacımızın, biçimsel nesnelerin temsilinin doğal sayıların sırasına dayandığını göstermek olduğunu söylemiştik. Bölüm 7.2.1. ve Bölüm 7.2.2.'de ne geometrik nesnelerin ne fiziksel hallerin ne de fiziksel zamanın biçimsel bir kuramın temsilinin zemininde yer alamayacağını, çünkü bu nesnelerin kendilerinin (parçalarının) ardardalık bağıntısına göre düzenlenmediklerini ifade etmiştik.

Bununla beraber, biçimsel nesnelerin temsili için uygun ve yeterli görünen bir başka aday daha bulunmaktadır. Bu nesne matematikte kullanıldığı biçimiyle kümedir. Söz konusu kümelerin bu konuda yeterli ve uygun görünmesinin en önemli nedeni, kümelerin bazı sıralamalarının (ordering) doğal sayıların sırasına biçimdeş olmasıdır. Örneğin şu aşağıdaki sıralamayı dikkate alalım:

$$\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \ldots$$

Burada "Ø" boş kümeyi, "{" ve "}" ise sol ve sağ küme içerme işaretlerini göstermektedir.

Görünüşe göre, kümelerin böyle bir sıralamasını kullanarak biçimsel nesnelerin nesnel biçimde temsil edilebileceği iddia edilebilir. Örneğin "P ise Q" önermesi aşağıdaki sıralı ikililerce temsil edilebilir:

$$\{\langle \emptyset, P\rangle, \langle\{\emptyset\}, \rightarrow\rangle, \langle\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, Q\rangle\}.$$

Ancak burada dikkat edilmesi gereken nokta, gerek kümelerin sıralamasının temsilinde, gerekse sıralı ikililerin temsilinde ardardalık bağıntısına ihtiyaç duyulması ve söz konusu bu bağıntının da kümelerin kendilerine dayandırılamamasıdır. Dolayısıyla kümelerin sıralaması bu sıralamanın temsili için yeterli değildir.

Bunu daha iyi görebilmek için kümelerin bazı sıralamaları ile doğal sayılar arasında bulunan biçimdeşliğe daha yakından bakalım. Burada savunacağımız nokta, doğal sayıların sırasının en temel ardardalık bağıntısını temin ettiğidir. Bir başka deyişle, doğal sayıların sırası sadece temsil düzeyinde değil, genel anlamda da temelde yer almaktadır. Şimdi yukarıda verilen doğal sayıların sırasına biçimdeş olan küme sıralamasını dikkate alalım.

Şu tanımla hareket edelim: K ve J iki cebirsel dizge olsun. K, J'ye biçimdeştir, ancak ve ancak K'ya ait temel kümeyi[6] J'ye

6 Temel kümeyle cebirsel bir dizgenin inşasında kullanılan elemanları içeren evrensel kümeyi kastediyoruz.

ait temel kümeye, μK = J olacak biçimde birebir eşleyen birebir bir eşlem (İng. *mapping*), μ, var ise. Esasen böyle μ bir eşlemin olduğu ve kümelerin sıralanımında kullanılan kümeleri doğal sayılara birebir eşlediği gösterilebilir. Ancak kümelerin sıralanımında kullanılan unsurlar dikkate alındığında, doğal sayıların sırasının örtük olarak halihazırda kullanıldığı görülebilir. İlk olarak, herhangi bir doğal sayı verildiğinde, söz konusu sayının doğal sayıların sırasına ait olduğu aşikârdır. Bu ise kümeler için geçerli değildir. Tüm kümeler böyle bir sıralanım oluşturmaz. Dolayısıyla herhangi bir küme ve herhangi bir sıralanım verildiğinde, söz konusu kümenin söz konusu sıralanıma ait olup olmadığına karar verilmesi gerekir. Bu aşamada, dikkat edilmesi gereken, ne "elemanı olmak" ne de "altkümesi olmak" bağıntılarının bir kümenin yukarıda verilen sıraya ait olup olmadığını belirlemek noktasında yeterli olduğudur. Örneğin Ø, {Ø} kümesinin bir altkümesidir, dolayısıyla {Ø} kümesi, sıralamada Ø'den sonra gelmektedir. Öte yandan, {{Ø}, {Ø, {Ø}}} kümesi {Ø, {Ø}, {Ø, {Ø}}, {{Ø}, {Ø, {Ø}}} kümesinin bir altkümesi olmasına rağmen yukarıdaki sıralanımda yer alan bir küme değildir. Benzer şekilde, {Ø} kümesi, {{Ø}} kümesinin bir elemanı olmakla beraber, {{Ø}} kümesi de söz konusu sıralanım içerisinde yer almamaktadır.

Sıralanımdaki herhangi bir küme için sıralanımda daha önce yer alan tüm kümeler dikkate alınmak durumundadır. Bizim incelediğimiz durumda, sıralanımdaki herhangi bir küme önceki tüm kümelerin birleşimi olarak elde edilmektedir. Sonuç olarak, doğal sayıların sırasına biçimdeş bir sıralanım elde edebilmek için sıralanımda yer alan kümeleri belirlemek üzere etkin bir yönteme ihtiyaç vardır. Ancak böyle bir yöntem, sonlu sayıda mekanik işlemin ardarda gerçekleştirilmesiyle kaimdir. Dolayısıyla sadece kümelerin temsili değil, doğal sayılara biçimdeş bir sıralanıma sahip kümelerin temsili/inşası da bir ardardalık bağıntısına ihtiyaç duymaktadır. Bu ardardalık bağıntısı ise kümelerin kendilerinden gelmemektedir.

7.2.4. Doğal Sayılar ve Biçimsel Nesnelerin İnşasında Gerekli Olan "Sıra"

Bir biçimsel nesnenin temsilinin ancak doğal sayıların sırasıyla mümkün olduğu sonucuna varıyoruz. Gödel'in iddia ettiğinin aksine, doğal sayıların biçimsel bir kuramın içerdiği ifadelere atanması, biçimsel ispat sırasında atılan rastlantısal bir adım değildir. Dolayısıyla bir biçimsel dizgeyi temsil edebilmek için doğal sayıların kullanılmasından başka bir yol bulunmamaktadır; Gödel numaralandırması ve aritmetikleştirme bunun yapılabilmesi için bir yöntem temin eder.

7.3. Biçimsel Nesnelerin İnşasında Gerekli Olan "Yer"in Ontolojik Temelleri

İncelememizin şu âna kadarki kısmında ontolojik bakımdan önem taşıyan iki soruya dokunmadık: Birincisi, doğal sayıları sadece birliklerinin biçimi bakımından, yani sıra bakımından dikkate aldık ve biçimsel bir nesnenin inşası için ihtiyaç duyulan sıranın sadece doğal sayıların sırası tarafından temin edilebileceğini gösterdik. Bir başka terminoloji yardımıyla ifade edersek, sıral anlamda düşünülen doğal sayılar biçimsel nesnelerin nesnel inşası için zorunlu görünmektedir. Öte yandan, sayal anlamda düşünülen doğal sayıların biçimsel nesnelerle olan bağıntısı henüz açıklığa kavuşturulmamıştır. İkinci olarak, işaretlerin ve işaret dizilerinin bize dolaysız olarak temsil edildiğini varsaydık. Ancak söz konusu bu işaretlerin ve işaret dizilerinin mevcut oldukları yerler bir başka ontolojik incelemenin konusu olmak durumundadır. Bu işaretlerin ve işaret dizilerinin bir kâğıdın ya da bantın üzerinde mevcut olduğunu elbette öne süremeyiz. Onları bu tip unsurları kullanarak temsil edebiliriz, ancak bu temsil söz konusu işaretlerin ve işaret dizilerinin gerçekte nerede mevcut olduklarını açıklamaz. Biz bu iki konunun birbiriyle ilintili olduğunu ve birlikte ele alınmaları gerektiğini düşünüyoruz. Şimdi araştırmamızı bu yönde sürdüreceğiz.

Özelde biçimsel dizgelerin ontolojik temelleri, genelde de saf görü üzerine yürüttüğümüz araştırmanın belki de en önemli aşamasını "yerlerin kalıcı ve dolaysız çokluğunun kuru-

luşu" oluşturmaktadır. Biçimsel dil, bilindiği gibi, işaretlerin, işaret dizilerinin ve işaret dizilerinin dizilerinin bir çokluğunu içermektedir. Ancak söz konusu bu çokluğun mekânı/varlıksal dayanakları açıklığa kavuşturulmamıştır. Biçimsel dizgenin fiziksel hallerle temsil olunması bu olguyu değiştirmez. Aksi takdirde biçimsel dilde elde edilen bir sonuç bir makinenin çalışması ya da yeterli kâğıdın olması gibi fiziksel hallerle koşullanmış olurdu – ki böyle bir durum söz konusu sonuçlar için kabul edilemez. Dolayıyla biçimsel dilin mekânının matematiksel nesnelerin kalıcılığına benzer bir kalıcılığı haiz olduğunu ve ampirik olan unsurlarca bu kalıcılığın açıklanamayacağını kabul etmek durumundayız. Öte yandan söz konusu bu mekân matematiksel nesneler olarak sayılar yardımıyla da kurulamayan cihetleri içermektedir. Bu cihetlerin başlıcası ise biçimsel dizgenin unsurlarının yerleştiği "yer" kavramıdır. Sonuç olarak, yerlerin kalıcı çokluğunun nasıl kurulduğuna yönelik bir inceleme kendisini dayatmaktadır. Şimdi incelememizde bu noktaya nasıl geldiğimizi kısaca özetlemek istiyoruz.

Bir başka biçimde ifade edersek, Gödel teoremleri üzerine yaptığımız çalışma ispatların doğal sayıların sırasına dayandığını göstermekle beraber sıralı n-lilerin kuruluşu bu yolla açıklanmış olmamaktadır. Açıklanması gereken nokta, sıralananların sıralanmadan bağımsız olarak nasıl/nerede mevcut olduklarıdır.

Bir başka açıdan konuyu ele alırsak, doğal sayı bir mekânda yer kaplayan işaretlerin yerlerinin sıralanışının nesnel temsilini temin etmektedir. Örneğin Gödel numaralandırmasına göre tek bir sayıya karşılık getirilen bir sıralı üçlüyü dikkate alalım. Örneğin (a, b, c). Sıralanan "a", "b" ve "c" işaretlerinin doğal sayıların sırasında işgal ettikleri yerden bağımsız olarak bir yer işgal etmeleri söz konusudur. Esasen sıralı bir üçlüde sıralanan bizatihi bu yerler olmaktadır. Gödel numaralandırmasına göre asal sayıların üsleri farklı yerlere karşılık gelmektedir. Ancak söz konusu yerlerin kuruluşunu doğal sayı temin etmemektedir. İşaretlerin kendileri ile söz konusu sıralamada işgal ettikleri yer mahiyet itibariyle farklıdır ve işaretler "yer"lerin kuruluşunu açıklayamamaktadır.

Tekrar (a, b, c) sıralı üçlüsünü ele alacak olursak, sıralanan "a", "b" ve "c" işaretlerinin bizatihi kendileri değildir. "a", "b" ve "c" sıralanan yerlere yerleşmektedir. Yer fikri ne "a"dan ne de bu sıralı üçlüde "a"nın ilk sırada olmasından söz edebilmemizi temin eden "1" sayısından gelmektedir. Bu yer fikrinin ontolojik zemininde ne yer almaktadır?

"(a, b, c)" bir sıralı üçlüdür demek, söz konusu sıralı üçlüde sıra {(a, 1), (b, 2), (c, 3)} sıralı ikililer kümesiyle veriliyor demektir. Burada bir sıralı üçlü, ilk elemanı bir işaret, ikinci elemanı o işaretin sıradaki yerini gösteren bir doğal sayı olan üç sıralı ikiliye dönüştürülerek temsil edilmiştir. Bildiğimiz gibi, Gödel numaralandırması söz konusu sıralı ikilileri asal sayılar ve asal sayıların üsleri vasıtasıyla tek bir doğal sayıya karşılık getirmektedir. "1" ilk asal sayı olan "2", "2" ikinci asal sayı olan "3"e, ve "3" üçüncü asal sayı olan "5" vasıtasıyla temsil olunmakta, her bir işarete de bir doğal sayı atanmaktadır.

Herhangi bir doğal sayının asal çarpanlarına ayrılarak asal sayıların üslerinden oluşan bir sıralı n-li'ye karşılık gelmesi işaret dizilerinin sayısal temsiline imkân veriyor olabilir. Ancak bu bize işaretlerin rastlantısal bir biçimde sıralandıkları mekânın nasıl ve nerede mevcut olduğu sorusunun cevabı vermez.

İşaretlerden sayılara geçmek ile sayılardan işaretlere geçmek arasında bir asimetri bulunmaktadır. Bir sayı bir işarete mi, bir işaret dizisine mi, yoksa bir işaret dizileri dizisine mi karşılık geliyor sorusunun cevabı yalnızca sayıya bakılarak verilemez. Örneğin bize 1296 sayısı verildiğinde bu sayı a simgesi 4'e karşılık gelmek üzere "aa" işaret dizisine mi, yoksa c sayısı 2'ye karşılık gelmek üzere <c,c> ispat dizisine mi karşılık geldiğine sadece sayıya bakarak karar verilemez. Bu durum, en baştan tüm işaretlerin bir karışıklığa yol açmaksızın numaralandırılamayacağı anlamına gelmemektedir. Sadece göstermek istediğimiz, işaretlerin, işaret dizilerinin ve işaret dizilerinin dizilerinin doğal sayılardan bağımsız bir mekânda kurulmasından ve daha sonra bu kurulanların doğal sayılarca temsil edilmesinden söz edebildiğimizdir.

Şimdi biçimsel nesnelerin kuruluşunda ihtiyaç duyulduğu biçimiyle "yer"den ne anladığımızı açıklığa kavuşturalım:

x ve z herhangi iki işaret olsun ve y_i, herhangi bir *i* için, bir yer teşkil etsin:

Şart 1. Eğer bir x bir y'de mevcut olabiliyor ise herhangi bir z'de aynı yeri işgal edebilir.

Şart 2. y_1 ve y_2 herhangi iki farklı yer olsun, y_1 ve y_2 bu yerleri dolduran işaretlerden bağımsız olarak bireyselleştirilebilir ve birbirlerinden ayrılabilir.

Şart 3. Yerlerin birli, ikili ve üçlü işaretlerin doldurduğu yerler olmak üzere tam olarak üç ayrı dizgesi bulunmaktadır.

Yukarıdaki tanımda **Şart 1**'de yerlerin (varlığının) bu yerleri işgal eden işaretlere kayıtsız olduğu ve bu itibarla da herhangi bir işaretin herhangi bir yerde bulunabileceği ifade edilmektedir.

Şart 2'de ise herhangi bir yerin özdeşliğinin o yeri işgal eden işaretten bağımsız olarak belirlenebileceği ifade edilmektedir.

Şart 3'te ise, biçimsel dizgelerin inşası için gerekli olan yerlerin üç boyutlu olduğu ifade edilmektedir. Daha önce de söylediğimiz gibi, bir biçimsel dizge, işaretlerden, işaret dizilerinden ve işaret dizilerinin dizilerinden oluşmaktadır. Dolayısıyla bir biçimsel dizgenin kuruluşu bakımından sadece birliler, sıralı ikililer ve sıralı üçlüler yeterlidir. Bunun nedeni nedir? Bir başka deyişle, neden tüm ispatların yapıldığı mekân en fazla sıralı üçlülerce kuşatılabilmektedir? Bu soru çok naif ve cevabı çok aşikâr görünen bir soruya benzemektedir. Ancak bizce bu sorunun mantık, sayı ve ontoloji arasındaki bağıntıların açılmasıyla verilebilecek daha incelikli bir cevabı bulunmaktadır. Şu an için ifade edeceğimiz husus, işaretlerin ve işaret dizilerinin sıralandığı "yer" fikrinin ve bu yerlerin en fazla sıralı üçlülerce temsil olunabiliyor olmasının hesabının bir biçimde verilmesinin gerektiğidir.

Bizce, saf görünün mahiyetinin açıklığa kavuşturulması bu soruların cevaplanmasında bize yardımcı olmaktadır. Bir başka deyişle, incelememizin yerlerin kalıcı çokluğuna ilişkin olarak daha önce gerçekleştirdiğimiz kısmı,[7] gerek yerlerin

7 *Bkz.* Bölüm 6.

kuruluşu, gerekse yerlerin üç-boyutluluğu konusunda arzu ettiğimiz açıklamayı temin etmektedir.

Aradığımız şey, n-lilerin (ve bu durumda birli, ikili ve üçlülerin) kuruluşunu temin eden yerlerin ontolojik zeminidir. N-liler biçimsel nesnelerin kuruluşu için gerekli, kalıcı ve dolaysız yerleri temin etmektedir. N-lilerin nasıl mevcut olduğunu sormak, yerlerin kalıcı ve dolaysız çokluğunun nasıl mevcut olduğunu sormaktır. Dolayısıyla genel anlamda saf inşanın mekânı, biçimsel nesnelerin inşasının da mekânıdır.

Saf görüye ilişkin incelememizin sonucunda ulaştığımız sonucu tekrar edersek: Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri, ***S*** olarak adlandırdığımız, dolaysız olarak mevcut olan kapalı bir yerler dizgesi oluşturur. ***S*** genelde matematiksel nesnelerin, özelde biçimsel nesnelerin inşası için gerekli birli, ikili ve üçlülerin mekânıdır.

7.4. Sonuç

İncelememizin başlarında biçimsel nesnelerin var olabilmesi için sıral anlamda kavranılan doğal sayıların, yani sıraları itibariyle dikkate alınan doğal sayıların var olması gerektiğini göstermiştik. Bir önceki bölümde ise, biçimsel nesnelerin inşası için gerekli yerlerin ontolojik zemininde sayal anlamda kavranılan doğal sayıların (Bir, İki ve Üç'ün), yani nicelikleri itibariyle dikkate alınan doğal sayıların mevcut olduğunu gösterdik. Sonuç olarak, biçimsel nesneler varlıksal bakımdan doğal sayılara dayanmaktadır.

8

Gödel'in Tamamlanamazlık Teoremlerinin ve Church-Turing Tezinin Yeniden Yorumlanması

Özet

Bu bölüm, biçimsel nesnelerin ontolojik temelleri hakkındaki incelememizin ikinci bölümünü içermektedir. Burada, gerek Gödel tamamlanamazlık teoremlerinin, gerekse Church-Turing tezinin doğru biçimde anlaşılabilmesinin ve yorumlanabilmesinin böyle bir ontolojik çözümlemeye dayanması gerektiğini öne sürüyoruz. Gödel, tamamlanamazlık teoremlerinin, özellikle de ilk tamamlanamazlık teoreminin ispatında biçimsel, mantıksal ve aritmetik nesnelerden yararlanmıştır. Church-Turing tezinde ise iki benzerliği olmayan kavram, "etkili hesaplama" ve "yineleme" bir araya getirilmiştir. Dolayısıyla salt mantıksal yapıya ilişkin bir çözümleme söz konusu teoremleri ve tezi anlamlandırmakta kifayetsiz kalmaktadır. Bir yandan incelememizin birinci bölümünde (bir önceki bölümde) elde et-

tiğimiz sonuçlara, diğer yandan da Sıfır, Bir ve İki ve Üç'ün görüsel izleri sayesinde kurulan saf inşa mekânının kuruluşuna dair araştırmamıza dayanarak biçimsel bir kuramın mekânını bu bölümde belirliyoruz. Gödel tamamlanamazlık ispatlarının nihai olarak doğal sayılara dayandığını öne sürüyoruz. Bu itibarla, ontolojik bir döngüselliği açığa çıkarıyoruz: Doğal sayılara ilişkin doğru önermeleri teoremler olarak elde etmek üzere kurulan bir biçimsel dizge, nihai olarak doğal sayılara dayanmaktadır. Daha sonra, Church-Turing tezinin etkili hesaplamanın tanımından analitik olarak türetildiği bir çerçeve sunuyoruz. Bu bölümü elde ettiğimiz sonuçların bazı felsefi yansımalarıyla sonlandırıyoruz.

8.1. Bir Biçimsel Nesnenin Mekânı

Biçimsel nesnelerin ontolojisine yönelik incelememizin ilk bölümünde (Bölüm 7) ilk olarak biçimsel nesnelerin inşasının ancak doğal sayıların sırası sayesinde mümkün olduğunu göstermiştik. Daha sonra yerlerin dolaysız çokluğuna odaklanmış ve biçimsel nesnelerin inşası için gerekli birli, sıralı ikili ve üçlülerin mevcut olduğu mekânın (*S*) Bir, İki ve Üç doğal sayılarının görüsel izleri olarak elde edilebileceğini göstermiştik. Şimdi bu ulaştığımız sonuçların ışığında biçimsel bir dizgenin mekânını tanımlayacağız.

Tanım 8.1. Bir biçimsel nesnenin mekânı, ***M***, ***S***'de kurulan sonlu birliler, sıralı ikililer ve sıralı üçlülerden mürekkeptir. Söz konusu sıralı ikililerin ve üçlülerin sırasını doğal sayıların sırası temin eder.

Birliler, bir alfabeden seçilen farklı işaretlerce oluşturulur. Gödel numaralandırması benzeri bir yöntemle kendilerine sayı tayin edilebilir.

Sıralı ikililer düzgün tamdeyimleri temsil ederler. Sıralı ikilinin birinci unsuru işaretin sırasını gösteren bir doğal sayıyı, ikinci unsuru ise işareti ya da işarete karşılık gelen Gödel sayısını içerir.

Sıralı üçlüler biçimsel ispatları temsil eder. Sıralı üçlünün birinci unsuru ikinci ve üçüncü sırada verilen düzgün tam-

deyimlerin ispattaki sırasını gösteren bir doğal sayıyı içerir. İkinci ve üçüncü sıralarda ise ilgili düzgün tamdeyimlere ait bir sıralı ikilinin birinci ve ikinci unsurları yer alır.

8.2. Gödel Tamamlanamazlık Teoremlerinin Anlamı

F, aritmetiğe ait doğru önermeleri temsil edebileceğimiz kadar yetkin bir biçimsel dizge olsun. Gödel'in birinci tamamlanamazlık teoremi şunu ifade eder: Şayet **F** tutarlı bir dizge ise bu biçimsel dizgede ispatı verilemeyen bir düzgün tamdeyim vardır. Eğer **F** ω-tutarlı ise bu düzgün tamdeyimin değili de biçimsel dizge içerisinde ispatlanamaz. Bu sonuca dayanarak Gödel, ikinci tamamlanamazlık teoreminde şunu ifade eder: Eğer aritmetiğin doğru önermelerini temsil edecek kadar yetkin bir biçimsel dizge tutarlı ise bu biçimsel dizgenin tutarlı olduğu aynı biçimsel dizge içerisinde ispatlanamaz. Şimdi gerçekleştirdiğimiz ontolojik araştırmaya dayanarak tamamlanamazlık teoremlerini yorumlamaya çalışalım.

Ontolojik incelememiz neticesinde, artık biçimsel bir nesneyle ilgili olarak daha açık bir fikre sahibiz. Öte yandan, "Biçimsel nesne, doğal sayıya dayanarak inşa edilir" ifadesinin sonuçlarını tam olarak ortaya koymadık. Burada özellikle altı çizilmesi gereken olgu şudur: Doğal sayılara ilişkin tüm doğru önermeleri temsil etmek/ispatlamak üzere kurulan biçimsel dizgenin kendisi, kuruluşu bakımından doğal sayılara dayanmaktadır. Görünüşe göre burada, **F** benzeri biçimsel dizgelerin inşasında ve temsil edilmesinde ***ontolojik bir döngüsellik*** bulunmaktadır. Bu döngüsellik, Gödel'in akıl yürütmesinde bulunabilecek mantıksal bir döngüsellik değildir. Bize göre, tamamlanamazlık teoremlerinin ispatlarında biçimsel yönden bir döngüsellik mevcut değildir. Burada ifade ettiğimiz biçimiyle ontolojik anlamda bir döngüsellik ancak ontolojik bir inceleme neticesinde açığa çıkarılabilmektedir.

Biçimsel bir nesnenin inşası ve temsili için işaretlerin doldurduğu yerler ardardalık bağıntısına göre bir dizi oluşturacak surette sıralı olmalıdır. Ancak böyle bir sıra, incelememi-

zin ilk bölümünde ortaya koyduğumuz gibi, doğal sayıların sırası tarafından temin edilebilmektedir. Dolayısıyla biçimsel bir dizgenin inşası doğal sayıların sırasına dayanmak durumundadır. Üstelik, işaretlerin doldurduğu yerler ancak doğal sayıların görüsel izleri olarak mevcut olabilmektedir.

Dolayısıyla Gödel'in birinci tamamlanamazlık teoremi hakkında şu sonuca ulaşmış oluyoruz: Aritmetiğin tüm doğru önermelerinin bir biçimsel dizge içerisinde teoremler olarak ispatlanmasına ilişkin sonuç, aritmetiksel önermeleri temsil edebilen herhangi bir biçimsel dizgenin, bu biçimsel dizgeye önceliği olacak biçimde ve bağımsız olarak var olan doğal sayılara dayanmaksızın kurulamayacağı olgusuyla sınırlanmalıdır. Bu sonuç bir yandan Gödel'in birinci teoreminin zeminini açıklığa kavuşturmakta, diğer yandan da sınırlandırmaktadır. Bir başka deyişle Gödel'in birinci tamamlanamazlık teoremi, aritmetiğin doğru önermelerinin yakalanmasında mantığın muğlaklığa yer vermeyen (İng. *rigorous*) kullanımının yetersizliğini değil, doğal sayıların bir dizge kurmak amacıyla kullanımının doğal sayıların kendileri hakkındaki doğruları yakalamaktaki yetersizliğini ifade etmektedir.

Benzer biçimde, ontolojik incelememiz neticesinde, Gödel'in ikinci tamamlanamazlık teoremi hakkında şu sonuca ulaşmış oluyoruz: Aritmetiğin önermelerini temsil edebildiğimiz tutarlı bir biçimsel dizgenin tutarlılığının söz konusu biçimsel dizge içerisinde ispatlanamamasına ilişkin sonuç, aritmetiksel önermeleri temsil edebilen herhangi bir biçimsel dizgenin, bu biçimsel dizgeye önceliği olacak biçimde ve bağımsız olarak var olan doğal sayılara dayanmaksızın kurulamayacağı olgusuyla sınırlanmalıdır. Sonuç olarak, ikinci tamamlanamazlık teoremi, doğal sayıların bir dizge kurmak amacıyla kullanımının, kurulan dizgenin kendi tutarlılığını kendi içerisinde temsil edebilmesine ilişkin yetersizliğini ifade etmektedir.

8.3. Church-Turing Tezinin ve Etkili Hesaplamanın Ontolojik Temelleri Üzerine

Gödel teoremleriyle ilgili görüşlerimizi ifade ettiğimizi için incelememizin ikinci ana bölümünü oluşturan Church-Turing

tezinin ontolojik temellerini dikkate alabiliriz. Bir biçimsel nesnenin mekânına ilişkin olarak şu âna kadar ulaştığımız sonuçlar, etkili hesaplama kavramınında doğal sayılardan bağımsız olamayacağına işaret etmektedir. Şimdi etkili hesaplamanın ontolojik zeminine daha ayrıntılı olarak bakalım.

Bu bölümde etkili bilgi işleme (İng. *computation*) yerine etkili hesaplama (İng. *calculation*) terimini kullanacağız. Bu terimin mekanik yordam mefhumunu daha iyi yansıttığını düşünüyoruz.

Etkili hesaplama temel olarak iki ana unsuru içerir:

1. Birimler üzerinde işlemlerin yürütüldüğü mekânı
2. İşlemlerin kendilerine göre gerçekleştirildiği kuralları

İlk olarak, hesaplama işlemlerinin gerçekleştirildiği mekânın ***M*** olduğunu öne süreceğiz. Çünkü ***M***, işaretleri ve işaretlerin herhangi bir bileşimini birimler halinde ve dolaysız olarak temsil ettiğimiz yegâne mekândır. Etkili bir hesaplama, kavrayış/zekâ gerektirmeyen mekanik bir yordamdır. Burada zekânın gerekli olmayışını, işlemi yürütenin bir kavrama yetisine, yahut kavramsal düşünme melekesine sahip olmaması olarak anlıyoruz. İncelememizin altıncı bölümünde ayrıntılı olarak açıkladığımız gibi, Dört ve daha büyük sayıların görüsel izlerini gerektiren herhangi bir inşa dolaysız olmaktan çıkar ve var olabilmek için kavramsal bir dolayım gerektirir. Dolayısıyla mümkün tüm hesaplamalar, birimler üzerinde gerçekleştirilebilen işlemler için öngörülen kurallar ne olursa olsun, dolaysız olarak ***M***'de temsil edilebilir olmalıdır. Böyle bir temsilde, bir alfabeden seçilen işaretler, farklı girdileri ayırt etmek için ayrım işaretleri, kabul ya da ret hallerini belirten işaretler vb bulunabilir.

M'de temsil edilen her bir işaret bir birim olarak telakki edilebilir. Gödel numaralandırmasıyla her bir işarete biricik bir sayı atayabiliriz. Dolayısıyla hesaplamaya konu olan işaret dizileri en fazla iki işaretin yardımıyla ifade edilebilir: İşaretlerden biri işarete karşılık gelen doğal sayıları temsil eder; diğer işaret ise farklı işaretleri birbirinden ayırmak üzere kullanılabilir. Ayırma işareti sonlu bir işaret dizisinin sonunu da belirlemek üzere kullanılabilir. Örneğin ardarda kullanılan iki ayırma işareti işaret dizisinin sonlandığını belirtir.

Şimdi etkili hesaplamanın ikinci unsuruna, yani birimler üzerinde geçerli kurallara gelelim. Söz konusu kurallar, herhangi bir yöntemle özgürce belirlenebilir. Bizim amacımız açısından, söz konusu kuralları "kapalı bir kutu" olarak kabul edebilir ve yalnızca işlemlerin yapıldığı mekânı, ***M***, dikkate alabiliriz.

Yalnızca iki işaret kullanılarak ***M***'de temsil olunan herhangi bir hesaplamanın matematiksel bir fonksiyona karşılık gelebilmesi için aşağıda sıraladığımız şu koşulların sağlanması gerekir. Burada ifade edilen bu koşullar evrenseldir ve etkin hesaplama mefhumundan doğrudan elde edilmektedir:

1. Söz konusu hesaplama bir girdiye (girdi olarak kabul edilecek bir işaret dizisine), varsa bir ilk hale/birincil hale, bir çıktıya (çıktı olarak kabul edilebilecek bir işaret dizisine) ve varsa bir ret ya da kabul haline sahip olmalıdır. Girdi, fonksiyonun tanım kümesinden bir elemanı, çıktı ise fonksiyonun değer kümesinden bir elemanı temsil etmektedir.
2. Hesaplama sonlu olmalıdır.
3. Hesaplamanın farklı aşamalarını belirten işaret dizileri doğal sayıların sırasına göre sıralı olmalıdır.
4. Bir işaret dizisinden (bir grup işaret dizisinden) bir sonrakine geçiş *dolaysız olarak temsil edilebilir* olmalıdır. Yani ilkesel olarak, işaretlerin birer birer eklenmesi ve çıkarılması yoluyla oluşturulabilmelidir.

Biz bu koşulları etkili **hesaplamaların temsil edilebilirlik şartları** olarak adlandırıyoruz.

Şimdi şunu soralım: Hesaplama kuralları her ne olursa olsun ve dolayısıyla işaret dizilerinden işaret dizilerine geçişi belirleyen kurallar nasıl belirlenirse belirlensin, neden etkili olarak hesaplanabilen fonksiyonlar yinelemeli fonksiyonlar olmak durumundadır? Bizce bu sorunun yanıtı "söz konusu geçişlerin dolaysız olarak temsil edilebilmesi"nde yatmaktadır.

Varsayalım ki bize işaret dizilerinin oluşturduğu dizilerin bir dizisi verildi ve bunun etkili bir hesaplamayı temsil ettiği söylendi. Bir başka deyişle, girdi konumunda ve çıktı konu-

munda olan işaret dizilerinin bir fonksiyonun tanım ve değer kümelerinde yer alan ve fonksiyon tarafından birbirine eşlenen elemanları temsil ettiği ifade edildi. Biz, söz konusu işaret dizilerinin dizisinin hangi kurallara göre oluşturulduğunu bilmesek de bu dizinin yinelemeli bir fonksiyonun bir özellemesini hesaplayıp hesaplamadığına ve yinelemeli-olmayan bir fonksiyonu hesaplamadığına karar verebiliriz. Bunu nasıl yapabileceğimizi görelim.

1. İlk olarak, verili bir işaret dizisinden hareketle, yalnızca işaretler ekleyerek ve çıkararak yeni işaret dizileri elde etmemizi sağlayacak bir dizi kurala ihtiyacımız bulunmaktadır; bir başka deyişle, ilk işaret dizisi hariç, diğer tüm dizileri daha önceki dizilerden elde etmemizi sağlayacak ve yalnızca işaretlerin eklenmesini ve çıkarılmasını belirleyen kurallar aramak durumundayız. Bu kurallar şunlar olabilir:
2. Bir işaret dizisinin k sırasına bir işaret eklemek için sıra sayısı k'ya eşit ve daha büyük tüm işaretleri bir sonraki sıraya kaydırınız. Boş işaret dizisi de sonlu bir işaret dizisi olması itibariyle, herhangi bir işaret ilk sıraya yazılarak ekleme yapılabilir.

Herhangi bir işaret, ayırma işaretiyle karşılıklı olarak değiştirilebilir.

Bu iki kural işaretlerin eklenmesini ve çıkarılmasını yönetebilir, ancak bir belirsizlik içermektedir. Bir işaret dizisinden herhangi bir başkasına geçiş bu kuralların belirsiz bir sayıda uygulanmasıyla başarılabilir. Böyle bir belirsizliği ortadan kaldırmak üzere yeni bir kural eklemek durumundayız:

3. Bir işaret dizisinden bir başkasına mümkün olan en az sayıda adımda geçiş yapınız.

Bu üç kural, bir işaret dizisinden bir başkasına sadece işaretler ekleyerek ve çıkararak geçiş yapılabilmesini mümkün kılar. Biz bu kurallara **işaretlerin dolaysız olarak işlenmesini temin eden kurallar** adını veriyoruz.

Burada dikkat edilmesi gereken husus şudur: Bu üç kuralla ifade edilen işlemler yinelemeli fonksiyonların özellemeleri olarak elde edilebilir. Birinci ve ikinci kuralların belirle-

diği geçişler sabit (İng. *constant*), ardışıklık (İng. *successor*) ve izdüşüm (İng. *projection*) fonksiyonlarının özellemeleridir. Daha karmaşık biçimlerde yapılabilecek olan geçişler, bileşim (İng. *composition*) ve ilksel yineleme (İng. *primitive recursion*) operatörleri yardımıyla açıklanabilir. Üçüncü kural µ-operatörünün bir özellemesine karşılık gelmektedir.

Şayet işaretlerin dizilerinin, dizilerinin her bir dizisi, bir önceki diziye bu üç kuralın bir bileşiminin uygulanmasıyla elde edilebiliyorsa, bu dizinin bir yinelemeli fonksiyonun etkili bir hesaplamasına karşılık geldiği sonucuna varırız. Çünkü söz konusu dizi etkili bir hesaplamaya karşılık gelmektedir ve dolayısıyla yukarıda ifade edilen temsil edilebilirlik kurallarını sağlamaktadır. Dolayısıyla ilki hariç tüm işaret dizileri bir öncekinden işaretlerin dolaysız işlenmesini belirleyen kurallar yardımıyla oluşturulabilmektedir: Etkili her bir hesaplamanın girdisine ve çıktısına karşılık gelen (bileşik) bir yinelemeli fonksiyona ait bir özelleme bulunmaktadır.

Sonuç olarak, herhangi bir etkili hesaplama yöntemi için işlemlerin gerçekleştirilmesini düzenleyen kurallar ne olursa olsun, *M*'de temsil olunan işlemlerin tamamı yinelemeli fonksiyonların bir bileşkesi tarafından yeniden üretilebilir.

Dolayısıyla Church-Turing tezinin ispatına ilişkin kanıtlamamızı şu şekilde sunabiliriz:

Önerme 1: Herhangi bir etkili hesaplama *M*'de işaret dizilerinin, dizilerinin bir dizisi olarak temsil edilebilir.

Önerme 2: Bir etkili hesaplamayı temsil eden işaret dizlerinin, dizilerinin bir dizisi, yinelemeli fonksiyonların bir bileşkesi vasıtasıyla oluşturulabilir.

Sonuç: "Her bir etkili olarak hesaplanabilir fonksiyon (veya etkili olarak karar verilebilir (İng. *effectively decidable*) yüklem) yinelemelidir" biçiminde ifade edilen Church-Turing tezi **Önerme 1** ve **Önerme 2**'den analitik olarak türetilir.

Dolayısıyla ontolojik incelememiz neticesinde şu sonuca varmış bulunuyoruz: Church-Turing tezi, dış görünüşte birbirinden farklı iki mefhumu, etkili hesaplama ve yinelemeliliği bir araya getiriyor gibi olsa da analitik bir ifadedir.

8.4. Sonuç

Yukarıda özetlediğimiz düşünceler ışığında, Hilbert'inki de dahil olmak üzere, somut, biçimsel unsurların biçimsel olmayan unsurlardan bağımsız olarak var olduğunu savunan herhangi bir tarz biçimselciliğin temelsiz olduğunu öne sürüyoruz. Biçimsel nesneler ancak ve ancak doğal sayıların sırası ve görüsel izleri sayesinde kurulabilir.

Bu sonucun ışığında, Frege'nin matematiği mantığa indirgeme projesinde de ontolojik bir döngüsellik bulunduğunu söylemek durumundayız. Frege'nin *Begriffsschrift*'te geliştirmeye çalıştığı ideografi, *a priori* nesneler olarak doğal sayılara dayanmaktadır. Bizce, Gödel'in birinci tamamlanamazlık teoremi Frege'nin dizgesinin zemininde yer alan bu ontolojik döngüselliğin bir dışavurumudur.

9

Nesne Olarak Sayı ve Nokta

Özet

Bu bölümde, matematiksel nesnelere ilişkin gerçekçi bir yaklaşımı savunuyoruz. İlk olarak, doğal sayıların herhangi bir başka varlığa indirgenemeyeceğini ortaya koyuyoruz. Bunun yanı sıra, doğal sayıların temsilinin doğal sayıların örtük kullanımı olmaksızın mümkün olmadığını gösteriyoruz. Dolayısıyla doğal sayıların, diğer tüm nesnelerden daha fazla "bağımsız olarak vardır" nitelemesini hak ettiğini söylemekte bir beis olmadığını öne sürüyoruz. Daha sonra, geometrinin nesneleri olarak noktaları, çizgileri ve yüzeyleri ele alıyoruz.

9.1. Giriş

İncelememizin bundan önceki iki bölümünde doğal sayılar ve biçimsel nesneler arasındaki bağıntıya ilişkin ontolojik bir inceleme yürüttük. Biçimsel nesnelerin inşasının doğal sayıların

sırasına ve görüsel izlerine dayandığını savunduk. Bu ontolojik incelemenin sonuçlarının biçimsel nesnelerle sınırlanabileceğini düşünmüyoruz. İlk olarak, sıral olarak kavranılan doğal sayılar herhangi bir biçimsel inşaya öncelikli olarak mevcuttur. İkinci olarak, herhangi bir nesnenin düşüncede kurulması ve diğerlerinden ayrılması Sıfır ve Bir'in doğal sayılar olarak *a priori* mevcudiyetine dayanmaktadır. Üçüncü olarak, Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri, yerlerin dolaysızca mevcut olan, kapalı bir dizgesini, ***S***, oluşturmaktadırlar. Bölüm 7.8.'de ifade edildiği gibi, ***S***, biçimsel dizgelerin inşası için zorunlu olan ve tek tek işaretlerin, işaret ikililerinin ve üçlülerinin mekânını temin etmektedir. Tüm bu noktalar şu sonuca işaret etmektedir: Doğal sayılar herhangi bir biçimsel inşaya göre daha temeldir. Bu, doğal sayıların nesneler olarak kendi başlarına var oldukları anlamına gelmez. Öte yandan, şu âna kadar gerçekleştirdiğimiz ontolojik incelemeye aynı yönde devam edersek, doğal sayılara ve geometrik nesnelere ilişkin gerçekçi (İng. *Realist*) bir yaklaşım geliştirmek mümkün görünmektedir. Şimdi bunun nasıl başarılabileceğini görelim.

9.2. Doğal Sayılara İlişkin Gerçekçi Yaklaşım

Bölüm 7 ve Bölüm 8'de gerçekleştirdiğimiz ontolojik inceleme doğal sayıların biçimsel bir kuramın ifadeleriyle eşlenmesinin biçimsel bir ispat sürecinde atılabilecek rastlantısal bir adım olmadığını göstermiştir. Tersine, biçimsel bir kuramı nesnel bir anlamda inşa ve temsil edebilmek için bundan başka bir yol görünmemektedir. Dolayısıyla bu aşamada sormamız gereken soru, biçimsel nesneleri temsil ve inşa etmek için yardım almak üzere, doğal sayıları nesnel olarak temsil edebilmenin bir yolunun bulunup bulunmadığıdır. Sorunun odağı biçimsel nesneleri inşa ve temsil etmekten doğal sayıları temsil etmeye kaymıştır.

Doğal sayılar ve temsilleri arasındaki bağıntıyı ele almadan önce, geometrinin nesnelerinin temsillerini ele alalım. Geometrik nesnelerin parçaları yanyanalık bağıntısına göre düzenlenmiştir. Geometrik bir nesneyi temsil ettiğimizde,

örneğin iki boyutlu bir yüzey üzerine bir şekil çizdiğimizde, böyle bir temsilin parçaları arasında yanyanalık bağıntısının korunduğunu görürüz. Örneğin bir üçgenin bir kâğıt parçasına çizilen kenarları veya köşeleri yanyanadır. Yani bir nesnenin parçalarının kendisine göre düzenlendiği temel bağıntı, geometrik nesneler söz konusu olduğunda nesnenin temsilinde korunmaktadır. Ancak aritmetiğin nesneleri, yani doğal sayılar söz konusu olduğunda durum değişmektedir. Doğal sayılar ardardalık bağıntısına göre düzenlenmiştir. Dolayısıyla ne bir harf, ne bir grup nokta, ne de üzerine noktalar konulmuş bir çizgi yanyanalık bağıntısını temsil edebilir. Çünkü bir yüzey ya da şerit üzerine konulan işaretler yanyanadır ve ardarda gelmezler. Doğal sayıların temsil edilmesini mufassal bir biçimde tartışmak için doğal sayıların sahip olduğu özellikleri daha iyi bilmek durumundayız. İlk olarak, doğal sayılar bir birlik teşkil ederler. Yani doğal sayıların toplamına hiçbir doğal sayı eklenemez ve çıkarılamaz. Ayrıca doğal sayılar ardardalık bağıntısıyla karakterize edilen bir sırayı haizdirler. Ardardalık bağıntısına göre bir dizi oluşturacak biçimde dizilmişlerdir. Esasen sayılabilen tüm nesneler bir dizi halinde böyle bir sıraya konulabilir. Bu anlamda, böyle bir sıra belli nesnelerin kendisine tabi olduğu bir form teşkil eder. Bununla birlikte, nesnelerin böyle bir forma tabi kılınabilmesi, söz konusu nesnelerin kendilerinin bu forma sahip oldukları anlamına gelmez. Bu incelememizde iddia ettiğimiz gibi, sadece doğal sayılar bu forma sahiptir. Doğal sayılar haricinde sayılabilir olan diğer nesnelerin bu forma sahip olmamasının ya da bu formu sağlamamasının sebebi, bu nesnelerin kendi aralarında bir ardardalık bağıntısını sağlamamaları ve doğal sayları sayılabilir kılan birliğe sahip olmamalarıdır. Bir başka deyişle, doğal sayılar haricindeki nesneleri sayabilmek için bu nesnelerin esasen sahip olmadıkları ve doğal sayılara ait olan bir forma ihtiyaç duyarız. Bu noktayı daha net bir biçimde görebilmek için doğal sayıların temsilini daha ayrıntılı olarak inceleyelim.

Doğal sayıların kendileri görüde mevcut değildir ve tahayyül edilemezler. Bununla birlikte, doğal sayıları temsil etme-

nin bir yolu bulunmaktadır. Doğal sayılar, bir dizi halinde türdeş birimleri ardarda ekleme süreciyle temsil edilebilirler.[1] Ancak böyle bir temsil doğal sayılar ve doğal sayıların sırası halihazırda mevcutsa mümkündür. Şu temsili dikkate alalım: birisi bir kâğıda bir dizi halinde ardarda noktalar koyuyor. Bu sürecin her bir aşaması kâğıda yeni bir nokta konulmasını içerir. Her bir aşamanın sonunda mevcut olan noktaların topluluğu bir doğal sayıyı temsil eder. Böyle bir sürecin doğal sayıların kendisine göre düzenlendiği ardardalık bağıntısını temsil etmemizi sağladığına dikkat ediniz. Öte yandan, sayfa üzerine nokta koyma sürecinden bağımsız olarak kâğıt üzerindeki noktalar doğal sayıları temsil etmezler, çünkü tek bir nokta topluluğu bir doğal sayıyı temsil etmekte yetersizdir: Bir doğal sayının doğal sayıların sırası içerisinde işgal ettiği yer bu biçimde temsil edilemez.

Doğal sayıları temsil edebilmek için birimleri birbiri ardına sıraladığımız bir sürece ihtiyaç duyarız. Her bir adımda birimlerin bir birliği olmak durumundadır (çünkü her bir böyle birlik bir doğal sayıyı temsil eder) ve ayrıca süreçteki adımların bir birliği olmak durumundadır (çünkü sürecin birliği doğal sayıların kendisine göre düzenlendiği ardardalık bağıntısını temsil eder). Böyle bir temsilde birimlerin topluluğu doğal sayılar değildir. Birimlerin ardarda eklendiği bir süreçte, birimlerin birliği ve süreçteki adımların birliği mevcut olduğu sürece doğal sayıları temsil ederler. Ancak burada dikkat etmemiz gereken nokta, bir dizideki adımların birliği her bir adımdaki birimlerin toplulukları tarafından temin edilemez. Daha önde Bölüm 7'de elde ettiğimiz sonuçlara göre, bir kâğıt parçası üzerine konulan nokta toplulukları bir ardardalık bağıntısına göre sıralanmamışlardır. Dolayısıyla ne bir kâğıt parçası üzerindeki noktaların toplulukları doğal sayılardır ne de bir kâğıt parçası üzerinde bir süreç içerisinde ardarda beliren nokta toplulukları kendiliklerinden bir birliğe sahip-

1 Burada, Turing makinesinin biçimsel kuramların temsil edilmesinin en yetkin aracı olarak görülmesinin nedenini daha iyi anlıyoruz. Bir Turing makinesinde bir şerit üzerine yazılı işaretleri ardı ardına okuyan bir robota ihtiyaç bulunmaktadır.

tirler. Ontolojik incelememiz sonucunda söylememiz gereken şudur: İşaretler ve işaret toplulukları ancak doğal sayıların sırası marifetiyle ardardalık bağıntısına göre düzenlenebilirler ve doğal sayıların birimleri bir dizi içerisinde ardarda eklemek yoluyla temsil edebilmek için de doğal sayıların sırasının kullanılmasına ihtiyaç vardır. Sonuç olarak, nesnelerin diziler halinde düzenlenmesini temin eden form ancak doğal sayılar tarafından doldurulabilir. Dolayısıyla ancak doğal sayılar vasıtasıyla sayabileceğimizi kabul etmek durumundayız. Çakıl taşları vb nesneler kullanarak saydığımız kanaatini taşısak da doğal sayıların birliği olmaksızın saymanın mümkün olmadığını kabul etmek durumundayız.

Şimdi doğal sayıların sadece önermeler içerisinde temsil edilebileceğini öne sürebiliriz. Örneğin Peano'nun bir dizi postülayla yapmaya çalıştığı şey doğal sayıları önermeler içerisinde temsil etmektir. Peano öncelikle bir ardışıklık bağıntısı tanımlar ve bu bağıntı vasıtasıyla aksiyomlarını sunar. Doğal sayılar bu aksiyomları sağlar. Peano'ya göre bu düzenleme sayesinde doğal sayılar aksiyomatik (ilksavlı) bir kuram içerisinde temsil edilmiş olur. Ancak böyle bir temsil doğal sayıların sırasının aksiyomatik kuramdan bağımsız olarak var olduğunu varsaymak durumundadır, çünkü ardışıklık bağıntısı yinelemeli bir bağıntıdır ve inşa ve temsil edilmesi doğal sayıların sırasına dayanır.

Eğer biçimsel bir temsile gerek duyulursa, Peano'nun aksiyomlarındaki tüm önermesel içerik soyutlanmak durumundadır. Böyle bir soyutlama bizi temsildeki işaretlerin kullanımına getirir. İncelememizde daha önce belirttiğimiz gibi, doğal sayıların biçimsel bir kuram içerisinde temsili ancak doğal sayıların sırası vasıtasıyla mümkündür. Bir işaret bir doğal sayıyı ancak söz konusu işaret biçimsel aksiyomlardaki işaret dizilerinde belli yerleri işgal ettiği sürece temsil eder. Bir başka deyişle, biçimsel kuramlar söz konusu olduğunda "bir dizi içerisinde bir yer işgal etmek," "ardışıklık bağıntısını sağlamak" mefhumunun yerini alır.

Dolayısıyla biçimselleştirme sırasında, önermesel unsurların ve mantıksal bağıntıların elenmesi girişiminin başarılı

olabilmesi doğal sayıların temsil edilmesinde doğal sayıların sırasının kullanılmasıyla kaimdir. Ancak o zaman aritmetiğin doğru önermeleri işaret dizileri tarafından temsil edilebilir. Bir başka deyişle, bu işaret dizileri belli bir biçimde yorumlandığında bize doğal sayılara ilişkin doğru önermeleri verirler. Öte yandan bu durum bizi başladığımız noktaya geri döndürmektedir: Biçimsel temsil ontolojik olarak doğal sayıların varlığına dayanır.

Sonuç olarak, doğal sayılar herhangi bir şeye indirgenemez. Üstelik, doğal sayıların herhangi bir temsili için doğal sayılar örtük bir surette kullanılmak durumundadır. Doğal sayıların, bağımsız bir varlığa sahip olma sıfatını diğer tüm nesnelerden çok daha fazla hak ettiklerini söylememiz için bir engel yoktur. Kısaca ifade etmek gerekirse: ***Doğal sayılar vardır***.

Bu görüşler ışığında "n tane F vardır" ya da "F'lerin sayısı n'dir" gibi önermeleri dikkate alalım. Bir çokluğu ifade eden böyle bir önerme, nesne düzeyinde mevcut, n'nin ikili kombinasyonlarının toplam sayısı kadar ayrımın ifadesidir. Bu önermeye nesnenin ve nesnel ayrımın önceliği bulunmaktadır. Niceleme, varlığı sadece yargıda temsil etmeye yarar. Buradan koşaçın temsil ettiği varlığın (ve çokluğun) nicelemeye indirgenebileceği sonucu çıkmaz. Niceleyici içeren bir önermede yer alan "tam olarak", "en az", "en çok" gibi ifadeler önerme içerisinde farklı düzenlemeler yapılmasını gerektiren kipliklerdir. Bu ifadeler de öncelikle mevcut bir çokluğu varsayarlar.

9.3. Geometrik Nesnelere İlişkin Gerçekçi Yaklaşım

Doğal sayılarla kıyaslandığında geometrik nesneler için gerçekçi bir yaklaşımı savunmak çok daha zordur.

Noktalardan "nesneler" olarak bahsetmek ne ölçüde mümkündür. Klasik geometride, geometrik nesneler aksiyomlar vasıtasıyla içkin olarak tanımlanan terimlerden ibarettir. Gerçel analizde, gerçel sayıların sıralı n'lilerinin altkümelerine karşılık gelirler. Dolayısıyla ya nesnel olarak yokturlar ya da aritmetiksel nesnelere (ve sayılar kümeler olarak ele alındığında

dolaylı olarak da kümelere) bağımlıdırlar. Biz bu bakış açısına karşı çıkıyoruz. Geometrik nesnelerin var olmadığını iddia eden (İng. *anti-realist*) yaklaşımların yanlış bir nesne kuramından kaynaklandığını öne sürüyoruz. Başta noktalar olmak üzere geometrik nesnelere ilişkin nesnel bir yaklaşımın ortaya konulabileceğini düşünüyoruz.

Burada izleyeceğimiz yol şu şekilde ifade edilebilir: Eğer geometrinin aksiyomlarının nesnel bir sunumunu yapabilirsek, gerçekçi bir geometri yaklaşımını savunabiliriz; yani geometrik nesnelerin varlığına ve dolaysız bilgisine dayalı bir geometri anlayışı geliştirebiliriz. Bu suretle, noktaların nesneler olarak içkin tanımlamalardan ve kümelerden bağımsız olarak var olduğunu ortaya koyabiliriz. Bunu nasıl yapabileceğimizi görelim.

Amacımıza ulaşabilmek için nesnelerin kurucu ilkelerini bir kez daha gözden geçirelim. Bölüm 7'de ortaya koyduğumuz gibi, her bir nesne kuruluşunda Sıfır ve Bir'in kurucu kullanımına ihtiyaç duyar. Her bir nesne *a priori* bir nesne olarak Bir'in görüdeki izini taşıyacak surette inşa edildiği ölçüde bir *birim*dir. Ayrıca her bir nesne, kendi sahip olduğu özelliklerden bağımsız olarak, belirsiz olandan ayrılarak var olur. Bu bağlamda ayırma ilkesi iki terimli bir bağıntıdır: Terimlerden ilki inşa edilen nesne, ikincisi ise belirsiz olandır. Ayırma bağıntısı, herhangi bir nesneyi bir terim olarak alabilir. Bu itibarla, iki-yerli bir bağıntıdır. Tikel bir nesne ve belirsiz olan bu ayırma bağıntısında karşılıklı iki yer işgal ederler.

Benzer biçimde herhangi iki şey bir boşlukla ayrılırlar. Bu iki şey de ayırma bağıntısında karşılıklı iki yer işgal ederler. o_1 ve o_2 iki ayrı nesne olsun. Bu durumda, o_1'in o_2'den bir boşlukla ayrıldığını ve karşılıklı olarak (İng. *reciprocally*) o_2'nin o_1'den aynı boşlukla ayrıldığını söyleriz. Bu ayırma bağıntılarını sevkedici düşünme etkinliği içerisinde şu iki değillemeyle temsil ederiz:

1. o_1, o_2 değildir.
2. o_2, o_1 değildir.

Bu iki nesne özdeş tek bir boşlukla ayrılmakla beraber, bu boşluk iki farklı değillemeyle temsil edilmektedir. Biz bu iki değillemeyi söz konusu özdeş boşluğun iki farklı belirlenimi olarak adlandırıyoruz. Bu iki belirlenim bize boşluğun yönlü-

lüğünden bahsetme olanağı vermektedir. İlk belirlenimde boşluk o_1'i o_2'den, ikincisinde ise o_2'yi o_1'den ayırmaktadır.

Son olarak, herhangi üç şey, birbirinden, karşılıklı üç boşluk tarafından ayrılır: o_1 ve o_2 bir boşluk tarafından; o_2 ve o_3 bir boşluk tarafından; o_3 ve o_1 bir boşluk tarafından ayrılırlar. Bu üç boşluk tarafından ayrılan üç nesne bir ilmik (İng. *loop*) oluşturur. Dolayısıyla bu üç nesnenin ayırma bağıntısı tarafından oluşturulan bir ilmik içerisinde karşılıklı üç yer işgal ettiğini söyleriz.

Bölüm 7'de ifade ettiğimiz gibi, Bir, İki ve Üç'ün görüdeki izlerinin kuruluşunun açıklığa kavuşturulması bize ardardalık ve yanyanalık bağıntılarının ve mantıksal uzamda bütünlük kavramının dolaysız bilgisinin temellendirilmesi bakımından bir zemin sağlamaktadır. Bu konulara ilişkin olarak şu iki temel savı artık ortaya koyabiliriz:

Önerme # 1: Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri, söz konusu görüsel izlerin bir sonrakinin kuruluşunun bir öncekini/öncekilere dayanması itibariyle bir "ardardalığı" haizdir. İki'nin görüdeki izini dikkate aldığımızda, iki şeyin birer birim olarak düşünüldüğünü ve bir boşlukla birbirlerinden ayrıldığını, yani Bir'in görüdeki izinin İki'nin görüdeki izinin inşasında halihazırda varsayıldığını görüyoruz. Üç'ün görüdeki izini dikkate aldığımızda ise, üç tane iki-şeyin birlikte bir ilmik oluşturduğunu, yani İki'nin görüdeki izinin Üç'ün görüdeki izinin inşasında halihazırda varsayıldığını görüyoruz.

Önerme # 2: Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri, saf geometrinin zemininde yer alan "üç farklı yersel dizge"nin zemininde yer alır.

Önerme # 3: Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri "kapalı bir bütün" oluşturur.

Aşağıda ele almaya çalışacağımız gibi, birinci savın açıklanması bize mantıksal uzamda "boyut" kavramının neliğine, ikinci savın açıklanması mantıksal uzamda "yönlülük" kavramının neliğine, üçüncü savın açıklanması ise mantıksal uzamda "bütünlük" kavramının neliğine ilişkin bir kavrayış olanağı sağlamaktadır.

Şimdi bu savların açıklanmasına girişelim.

9.3.1. Ardardalık Bağıntısının ve Boyutluluk Kavramının Düşüncenin Sınırları İçerisinde Kuruluşu

Kuruluşunu ele aldığımız görüsel izler arasında (Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri arasında) zamansal bir öncelik-sonralık bağıntısı bulunmamaktadır. Burada ele alacağımız ardardalık, ontolojik bakımdan/nesnelerin kuruluşu bakımından bir öncelik-sonralığı haizdir. Söz konusu ardardalık kuruluşu bakımından bir görüdeki izin diğerine dayanması ve bu itibarla da varsayılan görüdeki izin önceliğe, varsayan görüdeki izin ise sonralığa sahip olmasıdır.

Ardardalık inşa ediliş sıralarına göre Bir, İki ve Üç'ün sıralanmalarıyla kurulur. Ardardalık, kuruluş bakımından öncelik-sonralığa sahip iki görüdeki izi aralarında bir boşlukla ayırarak kurulur. Ardardalığın kuruluşunda ardardalığa tabi olan unsurların önceden kurulmuş olması zorunludur. Dolayısıyla çokluğu kuran düşünce ile ardardalığı kuran düşünce birbirinden ayrıdır. Ardardalık bağıntısı inşa edilmiş görüsel karşılıklar arasında kurulur. Bu itibarla, inşa edici düşünceler ardardalığı kuran düşünceye önceliklidir. Ardardalığı kuran düşünce iki şeyden hangisinin kuruluşunun ötekine dayandığının düşünülmesi ve bu dayanma/zemin alma bağıntısının bir orta terim kabul etmemesiyle mevcuttur.

Sıfır'ın görüdeki izi ve Bir'in görüdeki izi,
Bir'in görüdeki izi ve İki'nin görüdeki izi,
İki'nin görüdeki izi ve Üç'ün görüdeki izi
bu anlamda ardardadır.
Sıfır'ın görüdeki izi ve İki'nin görüdeki izi,
Sıfır'ın görüdeki izi ve Üç'ün görüdeki izi,
Bir'in görüdeki izi ve Üç'ün görüdeki izi dikkate alındığında da, ikincisi, ilkini kuruluşunda dolaylı olarak varsaydığı için öncelik-sonralık bağıntısına sahiptir.

Dolayısıyla artık Sıfır, Bir, İki ve Üç'ün görüdeki izlerinin ardardalık bağıntısı içerisinde kavranılışından söz edebiliriz. Bu biçimde ilişkilendirilmiş bu üç görüsel iz tikel nesnelerce doldurulabilecek üç boyutu teşkil eder.

Altını önemle çizmemiz gereken bir nokta, ardardalığın düşünce fiilinden değil, düşüncede mevcut nesneden hareketle

kuruluyor olmasıdır. Söz konusu ardardalık herhangi bir biçimde zamanın saf görüsüne ya da muhakemedeki yargıların ardardalığına dayanmamaktadır. Düşüncenin imkânları itibariyle kurulan nesnenin kendisinde mevcuttur. Bu fikrin sonuçları ayrıca incelenmelidir.[2]

9.3.2. Yanyanalık Bağıntısının ve Yönlülük Kavramının Düşüncenin Sınırları İçerisinde Kuruluşu

Bir, İki ve Üç'ün görüdeki izlerinin kuruluşunu yukarıda açıkladığımız biçimde belirlememiz, görüsel izleri oluşturan nesnelerin doldurduğu/işgal ettiği ve boşluklarla ayrılan "yer"lerden söz edebilmemize imkân sağlamaktadır. İki ve Üç'ün görüsel izini kuran tek yönlü boşluklar arasında herhangi bir öncelik-sonralık bulunmamaktadır. Bu itibarla, söz konusu bu boşluklar vasıtasıyla kurulan yerler yanyanalık bağıntısını sağlamaktadır. Öncelikle bu durum, düşüncenin sınırları içerisine, duyu deneyiminden bağımsız olarak "yer"in dolaysız bilgisinin mümkün olduğunu ortaya koymaktadır. Bu dolaysız bilginin yol açtığı iki önemli sonuç olduğunu düşünüyoruz.

İlk olarak, kanaatimizce söz konusu bu yerlerin dolaysız bilgisi saf geometri için gerekli görüyü oluşturmaktadır. Geometri üç farklı yersel dizgenin oluşturduğu bir bütünü konu alır. Bu olguyu Euklides geometrisini kesin bir hale dönüştüren Hilbert *Geometrinin Temelleri* adlı eserinin girişinde şöyle ifade etmektedir:[3]

> Şeylerin üç farklı dizgesini dikkate alalım. İlk dizgeyi oluşturan şeyleri *noktalar* olarak adlandıracağız ve onları A, B, C, ... harfleriyle göstereceğiz; ikinci dizgeyi oluşturan şeyleri *doğru çizgiler* olarak adlandıracağız ve a, b, c, ... harfleriyle göstereceğiz; ve üçüncü dizgeyi oluşturanları *düzlemler* olarak adlandıracağız α, β, γ, ... harfleriyle göstereceğiz. Noktalar *doğrusal geometrinin unsurları;* noktalar ve doğru çizgiler *düzlem geometrisinin unsurları;* noktalar, doğru çizgiler ve düzlemler *uzay geometrisinin unsurları* veya *uzayın unsurları* olarak adlandırılırlar.

---

2 "Ardardalığın nesnede temelendirilmesinin" yol açtığı sonuçları incelememizin ikinci kitabında ele alıyoruz.

3 D. Hilbert (1899): s. 3.

Ancak Hilbert neden söz konusu üç dizgenin Euklides geometrisinin kapsamını oluşturduğunu açıklayacak bir felsefi temellendirmeye girişmemektedir. Bizim bu olguya getirdiğimiz bir açıklama bulunmaktadır. Geometri, çokluğun yukarıda açıkladığımız biçimiyle mevcut bulunan dolaysız görüsüne dayanmaktadır. Bir'in görüdeki izi itibariyle mevcut olan yer, İki'nin görüdeki izi itibariyle mevcut olan yerler ve Üç'ün görüdeki izi itibariyle mevcut olan yerler söz konusu üç dizgenin zemininde yer almaktadır. Bu görüden geometrinin kuruluşuna geçişi bir başka bölümde ayrıntılı olarak inceledik.[4]

İkinci olarak, İki'nin görüsel izinin belirlenmesinde vurguladığımız gibi, nesnelerin karşılıklı olarak birbirlerinden ayırmaları, boşluğun iki farklı kiplikte düşünülebilmesini sağlamaktadır. Bu sayede, düşüncede "yönlülük"ten söz edebilme imkânına kavuşmuş oluyoruz.[5] Bu ikinci nokta üzerinde Bölüm10'da duracağız.

9.3.3. "Kapalı Bütün" ve "Ontolojik Uzayda "Aşma" Kavramları

Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri yukarıda ifade ettiğimiz gibi görüsel izlerin unsurlarının kapsadığı yerler itibariyle üç ilişkili dizgeyi ve görüsel izlerin kuruluşları itibariyle de bir ardardalığı haizdir. Söz konusu bu görüsel izler kapalı bir bütün oluşturur. Bir başka deyişle, bu görüsel izler kendilerine ne bir eklemenin ne de çıkarmanın mümkün olduğu, birbirleriyle ilişkili bir unsurlar bütünü teşkil ederler. Söz konusu bu bütün, görüsel izlerin bir yığını değildir. Bu bütün, her bir görüdeki izi ve görüsel izler arası bağıntıları aşan bir kapalı bütündür. Biz bu bütüne, aklın tüm nesne kurma etkinliğinin zemininde yer alan "***ontolojik uzay***" adını veriyoruz. Söz konusu bu ontolojik uzay geometri yapma etkinliğinin de esas nesnesini teşkil eder.

---

4 Geometrinin ontolojik temelleri üzerine yaptığımız inceleme için *bkz.* Bölüm10.

5 Burada ortaya koyulan yönlülük kavramı, düşünsel düzeyde eşlerin örtüşmezliği paradoksuna bir yorum getirme olanağı da sunmaktadır. Sağa ve sola dönen helezonların duyusal olanın görüsüne başvurmaksızın sadece düşüncenin sınırları içerisinde açık ve seçik hale getirilebildiğini düşünüyoruz.

9.4. Nesne Olarak Nokta

Yukarıda yer mefhumu hakkında söylediklerimizden hareketle, noktanın tanımını şu şekilde verebiliriz:

Tanım 9.1. (Noktanın tanımı) Bir nokta bir birim olarak düşünülen/telakki edilen ve ayırma bağıntısında bir terim olarak belirlenen mümkün bir tikel nesne tarafından işgal edilen yerdir.

Bu tanımdan hareketle, noktanın nesnel varlığına dayalı olarak geometrinin diğer temel unsurlarının elde edilebileceğini/inşa edilebileceğini iddia ediyoruz. Bir sonraki bölümde, Hilbert'in geometrinin aksiyomlarını (ilksavlarını) formüle ettiği eserini izleyeceğiz. Ancak nesnelerle bağıntısı itibariyle tanımı verilen noktalarla, yani birimler olarak düşünülen tikel nesnelerin kapladığı yerler olarak noktalarla işe başlayacağız. Daha sonra, çizgilerin, düzlemlerin ve bu unsurlar arasındaki bağıntıları belirleyen "yönlülük", "doğruluk", "arasında olma" vb bağıntıların önerdiğimiz çerçeve içerisinde nasıl ele alınabileceğini göstereceğiz. Burada amacımız, geometrinin tam ve kesin olarak aksiyomatize edilmesi (ilksavlılaştırılması) değildir. Biz sadece geometrinin gerçekçi bir nesne kuramına dayandırılabileceğini göstermek istiyoruz. Bir başka deyişle, geometrinin temel nesneleri olarak noktalar, noktalardan bahseden aksiyomlardan bağımsız olarak vardır ve aksiyomlarda mevcut olan terimler ve bağıntılar anlamlarını geometrik nesnelerin asli parçaları olan noktaların varlığına karşılık gelecek surette kazanırlar. Ancak bir sonraki bölüme geçmeden önce açıklamamız gereken son bir konu bulunmaktadır. Bu da geometrinin aksiyomlarının resmettiği geometrik nesnelerin dışsal parçaları itibariyle dolu olmasının (boşluk içermemesinin) nesnel zemininin açıklığa kavuşturulmasıdır.

9.5. Boşluk ve Doluluk

Bir ayırma ilkesi olarak boşluk, iki nesnenin bir olarak düşünülememesini temin eder. Bu itibarla, herhangi iki nesneyi birbirinden ayırt eden boşluk sevkedici düşünme etkinliği içerisinde bir çelişkiyle temsil edilir. Geometrik inşada Bir,

İki ve Üç'ün görüsel izleri üzerinden düşünülen üç ayrı nesnel dizgenin unsurları yanyanalık bağıntısını sağlar biçimde düşünülür. Örneğin Bir'in görüsel izini haiz tüm nesneler (noktalar) yanyanadır. Benzer bir biçimde İki'nin görüsel izini haiz tüm nesneler (örneğin iki noktanın birbirinden ayrılması ve bu suretle ilişkilendirilmesi üzerinden belirlenen doğru parçaları) veya Üç'ün görüsel izini haiz tüm nesneler (örneğin üç ayrı doğru parçasının belirlediği bir düzlemsel şekil) yanyanadır. Ancak şu âna kadar söylediklerimizden noktaların biraradalığının ya da doğru parçasının ya da düzlemsel şekillerin dolu olduğu, yani boşluk içermeyecek biçimde söz konusu dizgeye ait unsurlar tarafından (yani noktalar tarafından) doldurulduğu sonucu çıkmamaktadır. Öte yandan, geometri bu tür bir doluluğu varsaymakta ve geometrinin aksiyomları böyle bir doluluğu resmetmektedir.

Bizim iddiamız geometrinin aksiyomlarının gerçekçi olarak yorumlanabileceği, yani geometrinin aksiyomlarının halihazırda mevcut olan bir nesnelliğe ilişkin olguları ifade ettiği yönündedir. Öyleyse, geometrinin aksiyomlarının ifade ettiği bu doluluğun, şu âna kadar ortaya koymaya çalıştığımız nesne anlayışına dayandığını gösterebilmemiz gerekmektedir. Nitekim geometrinin konusu olan nesnel dizgelerin doluluğu bu nesne anlayışının doğal bir sonucudur. Şimdi bu noktayı açıklamaya çalışalım.

Altbölüm 9.3.3.'te kapalı ontolojik uzayın geometrinin nihai nesnesini teşkil ettiğini ifade etmiştik. Söz konusu ontolojik uzay bir nesnedir. Dolayısıyla kuruluşu itibariyle Sıfır ve Bir'in görüsel izlerini haiz olmak durumundadır. Biricik bir ontolojik uzay bulunmaktadır ve bu itibarla, Bir'in görüsel izini taşımaktadır. Ayrıca belirsiz olandan Sıfır'ın görüsel izi vasıtasıyla ayrılmaktadır. Öte yandan, söz konusu ontolojik uzay, kendisini oluşturan basit parçaların bir yığını değildir. Bir başka deyişle, birbirinden boşluklarla ayrılmış bireysel unsurların bir yığını ontolojik uzayı veremez. Bu durumda söz konusu ontolojik uzayın unsurları hakkında şu iki seçenek bulunmaktadır: Ontolojik uzayın fiili parçaları olmadığı iddia edilebilir. Ancak bu ontolojik uzaya ait ve geometriyi mümkün

kılan çokluyu tamamen ortadan kaldırır. Bir başka seçenek ise ontolojik uzaya ait olan ve karşılıklı olarak birbirini dışlayan herhangi iki basit parçanın boşluk ilkesi tarafından ayrılması ve basit parçaların arasında yer alan boşluğun diğer parçalar tarafından tam olarak doldurulmasıdır. Geometrinin nesnesi olarak alınan ontolojik uzay, bu ikinci seçenekte ifade edildiği gibi unsurları yanyanalığa tabi ve dolu olarak düşünülen ontolojik uzaydır. Bu biçimde düşünülen ontolojik uzayı, "ontolojik" sıfatını atarak sadece uzay olarak adlandırıyoruz. Bu itibarla, uzay, geometrinin esas nesnesini teşkil etmektedir.

10

Hilbert'in *Geometrinin Temelleri* Adlı Eserinin Eleştirel Bir Değerlendirmesi

Özet

Bu bölümde geometrinin aksiyomlarının gerçekçi bir nesne kuramına dayandığını göstermeye çalışacağız. Geometrinin nesneleri olarak noktalar onlar hakkında doğruları ifade eden aksiyomlardan bağımsız olarak vardır ve aksiyomlarda mevcut bulunan terimler ve bağıntılar anlamlarını geometrik nesnelerin asli parçaları olan noktaların varlığına borçludur.

10.1. Geometrinin Unsurları

Bir önceki bölümde noktanın bir tanımını vermiştik. Şimdi bu tanımdan hareketle geometrinin unsurlarını belirlemeye çalışacağız. Daha öncede ifade ettiğimiz gibi yerlerin dolaysız çokluğu üç boyutludur. Bireysel tikel bir nesne Bir'in görüdeki

izi olarak kurulur; bir boşlukla ayrılan iki şey İki'nin görüdeki izi olarak kurulur; üç boşlukla birbirinden karşılıklı olarak ayrılan üç şey ise Üç'ün görüdeki izi olarak kurulur. Biz burada, söz konusu ayırma bağıntılarında nesnelerin işgal ettikleri yerlerin geometrinin unsurlarını teşkil ettiğini öne sürüyoruz. Her bir tek yer; ayırma bağıntısıyla ayrılan ve bu suretle ilişkilendirilen iki yer; ve üç boşlukla karşılıklı olarak ayrılan ve bu suretle birbiriyle ilişkilendirilen üç yer geometrinin nihai nesnelerini bize verir.

Dolayısıyla bize göre geometrinin unsurlarını "üç ayrık nesne dizgesi" olarak belirlemek hiçbir surette rastlantısal değildir. Hilbert neden böyle üç dizgeye gerek duyduğumuzu tartışma konusu yapmamaktadır. Eğer geometrinin unsurları Hilbert'ın iddia ettiği gibi aksiyomlar içerisinde tanımlanıyorsa, ayrık dizgelerin sayısını üçle sınırlamak için bir gereklilik bulunmamaktadır. Hilbert bu gerekliliği ayrı bir aksiyomla (kendi adlandırmasıyla, tamlık aksiyomu vasıtasıyla) takdim eder. Kendi ifadesiyle bu aksiyom, "saf olarak geometrik mahiyette olmayan" bir aksiyomdur. Hilbert aksiyomu şu şekilde ifade eder:[6]

> Bir noktalar, doğru çizgiler ve düzlemler dizgesine yeni unsurlar eklemek ve bu suretle genelleştirilen dizgenin beş grup aksiyomu sağlayan yeni bir geometri teşkil etmesini sağlamak imkânsızdır. Bir başka deyişle, geometrinin unsurları, şayet beş aksiyom grubunu geçerli kabul edersek, genişlemeye uygun olmayan bir dizge teşkil eder.

Hilbert bu aksiyom vasıtasıyla tamlığı dışarıdan ve *ad hoc* bir tarzda sunmaktadır. Böyle bir yaklaşım dahilinde "Niçin noktalar, doğru çizgiler ve düzlemlerden oluşan üç ayrı dizgeyi dikkate almak durumundayız?" ya da "Geometri neden üç boyutludur?" gibi sorular yanıtsız kalmaktadır. Buna karşılık bizim geliştirdiğimiz yaklaşımda, bu sorunun belirli bir cevabı bulunmaktadır.

6 D. Hilbert (1899), s. 25.

10.1.1. Bağlantı Aksiyomları (İng. *Axioms of Connection*)

Hilbert çalışmasında önce bağlantı aksiyomlarına yer vermiş ve yedi farklı aksiyom ifade etmiştir. Bu aksiyomların ilk ikisi noktalar ve doğru çizgilerle ilgilidir ve Hilbert tarafından düzlem aksiyomları olarak adlandırılırlar. Üçüncü-yedinci aksiyomlar ise uzay aksiyomları adını alır. Biz burada daha önce sunduğumuz nokta anlayışından hareketle bazı saptamalarda bulunacak ve söz konusu aksiyomların ne anlamda nesnel bir zemini varsaydığını göstermeye çalışacağız.

1. Herhangi iki ayrı yer, ayırmanın ilkesi olan bir boşlukla ayrıldığı için, bu iki yer söz konusu boşlukla ayrılmış olmaları nedeniyle birbirleriyle bağlantılandırılmışlardır.

1 hakkında değerlendirmeler:

Herhangi iki ayrı yer bir boşlukla ayrılır. Bunun anlamı, tüm noktaların ayırma bağıntısıyla karşılıklı olarak birbirlerinden ayrılmış ve bu suretle bağlantılandırılmış olduklarıdır. Dolayısıyla tüm noktalar bütün unsurları birbirleriyle bağlantılı bir bütün oluştururlar. Hilbert'in bağlantı aksiyomları söz konusu bu bağlantılandırılmışlığı aksiyomatik dizge içerisinde ifade eder.

2. Her bir noktanın içerisinde yalnızca bir kez yer aldığı herhangi bir noktalar topluluğu bir çizgi oluşturur.

2 hakkında değerlendirmeler:

Burada çok genel bir çizgi mefhumu sunulmuştur. Doğruluk (İng. *straightness*) bir noktalar toplamı yoluyla verilmemekte ve ayrıca açıklanması gerekmektedir. Bir çizgiye dair aksiyomlardaki tanımlara önceliği olan bir anlayışımız bulunmaktadır. Örneğin bir çizgiyi izlemek bir yerden bir başka yere bir hattı izlemek anlamına gelir. Bu çizgi bir başka çizgiyle bir yerde (bir noktada) çakışabilir. Ama biz bu çakışma nedeniyle ortak bir noktası bulunan çizgilere tek bir çizgi muamelesi yapmayız. İki farklı çizginin çakıştığını söyleriz. Yukarıdaki bu saptama bu gerçeğin bir ifadesidir.

3. Geometrinin konusunu oluşturan çizgiler doğru çizgilerdir. Bir noktalar topluluğu ancak ve ancak bu noktalar topluluğunun hep birlikte bir başka çizgiye ait olmaları mümkün değil ise bir doğru çizgi oluşturur.

3 hakkında değerlendirmeler:

Noktalar, doğru çizgi olmaları şart olmayan topluluklar oluşturur. Öte yandan, (3) yoluyla noktaların doğru çizgilerden oluşan bir bölümlenmesini (İng. *partition*) elde etmiş oluruz. Burada "doğruluk", noktaları karşılıklı olarak birbirlerini dışlayan topluluklara bölen bir ilke olarak karşımıza çıkmaktadır. Şimdi bunun nedenini anlamaya çalışalım. A ve B iki ayrı yer (nokta) olsun ve bu yerler arasındaki boşluk yanyanalık bağıntısına tabi yerlerce (noktalarca) sürekli surette doldurulmuş bulunsun. A'dan B'ye giden ve farklı yerlerden geçen sonsuz sayıda çizgi bulunduğunu düşünebiliriz. A ve B'nin birlikte belirlediği çizginin doğru çizgi olması, geometri dışından gelen (en kısa mesafe veya eğriliğin sıfır olması [İng. *zero curvature*] gibi) bir ölçüte müracat etmeksizin nasıl ortaya konulabilir? Bir çizgi ne kadar "doğru" olursa olsun, kırık ya da eğri bir başka çizginin bir parçası olarak düşünülebilir. Dolayısıyla "doğru çizgi"den söz edebilmek söz konusu kırık veya eğri çizgileri dışlayabilmenin bir yolunu bulmayı gerektirir. Kırık ya da eğri çizgileri içermeyen bir çizgi anlayışı, söz konusu çizgi parçasının ait olduğu bir ve yalnız bir tane çizgi olmasını gerektirir. Bu suretle ait olunan tek çizgi doğru çizgi olacaktır. Geometriye konu olan çizgiler bu anlamda doğru çizgilerdir ve geometrik uzay iki noktanın bir ve yalnız bir doğru çizgiyi belirlediği uzaydır. Burada sunulan doğruluk anlayışı "en kısa mesafe" gibi geometri dışından gelen bir mefhuma ihtiyaç göstermemektedir ve ayrıca hem Euklidesçi hem de Euklidesçi olmayan geometriler için geçerlidir. Sonuç olarak doğru çizgi kavramı, yerlere ilişkin bir ön kavrayış ve (3)'te ifade edildiği biçimiyle bir belirlenim olmaksızın kuşatılamaz.

Şimdi Hilbert'ın sınıflandırmasını izleyerek diğer aksiyomlara ilişkin saptamalarımızı dikkate alalım.

10.1.2. Düzen Aksiyomları (İng. *Axioms of Order*)

Düzen aksiyomları "arasında olma" terimini tanımlamak üzere oluşturulmuştur. Söz konusu beş aksiyomun ilk dördü doğrusal aksiyomlar, beşincisi ise düzlem aksiyomu olarak adlandırılır.

4. A'nın B'den ayrıldığını varsayalım. Biz A ve B'nin bir doğru çizgi belirlediğini söyleriz. A ve B tarafından belirlenen doğru çizgiyi AB'yle temsil ederiz. Eğer B'nin A'dan ayrıldığını varsayarsak, B ve A bir doğru çizgi belirler deriz. B ve A tarafından belirlenen doğru çizgiyi BA'yla temsil ederiz.
5. Eğer A ve B, B ve C'yle aynı doğru çizgiyi belirliyorsa A ve C aynı doğru çizgiyi belirler.

4 ve 5 hakkında değerlendirmeler:

Burada noktalarla çizgileri ilişkilendiriyoruz. Ayrıca iki yön arasında ayrım yapıyoruz. (5)'te AB ile BC'nin aynı yönde olmalarının zorunlu olmadığına dikkat ediniz. Aksiyomlarda yönün temsil edilmesi, Euklidesçi olan ve olmayan geometrileri ayırt etmek bakımından önemlidir. "Arasında olmak" mefhumuna gelince, düzlemsel ve eliptik geometriler birbirlerinden farklılaşırlar. Hilbert sadece düzlemsel geometriyi dikkate almaktadır. Biz ise burada bu iki farklı tür geometri arasında bir ayrım yapmak durumundayız.

6. C, A ile B arasındadır, ancak ve ancak AC ve CB aynı doğru çizgiyi belirliyor ise.
7. C, sıkı olarak (İng. *strictly*) A ve B arasındadır, ancak ve ancak AC ve CB aynı doğru çizgiyi aynı yönde belirliyor ise.

6 ve 7 hakkında değerlendirmeler:

Bir küreyi ve onun üzerindeki doğru çizgileri model olarak aldığımızı varsayalım. Bir doğru çizgi üzerindeki A, B, C noktalarını dikkate alalım. (6)'yı dikkate alırsak, AC ve BC (i) aynı doğru çizgi üzerinde aynı yönde ve (i) aynı doğru çizgi üzerinde zıt yönde olabileceklerdir. Her iki durumda da, C, A ile B arasındadır. (7)'yi dikkate alırsak, AC ve CB aynı çizgiyi aynı yönde belirlemektedirler. Bu durumda C sıkı olarak A ve B arasındadır.

Şimdi düzlemsel bir modelle çalışalım. (6)'yı dikkate alırsak, AC ve CB (i) aynı doğru çizgi üzerinde aynı yönde ve (i) aynı doğru çizgi üzerinde zıt yönde olabileceklerdir. (i) durumunda C, A ile B arasındadır. (ii) durumunda ise, C, A ile B arasında yer almak zorunda değildir. (7)'yi dikkate alırsak, AC ve CB aynı çizgiyi aynı yönde belirlemektedirler. Bu durumda C sıkı olarak A ve B arasındadır.

"Arasında olmak" ve "sıkı olarak arasında olmak" mefhumlarını dikkate aldığımızda, elimizde, eliptik olan ve olmayan geometrileri ayırt etmenin bir yolu bulunmaktadır. Eliptik geometrilerde sıkı olarak A ve B arasında olan herhangi bir nokta aynı zamanda A ile B arasındadır. Oysa eliptik olmayan geometrilerde durum böyle değildir.

Bunun anlamı, bizim geliştirdiğimiz gerçekçi geometrinin farklı türde geometrilerin gelişimine izin veriyor olduğudur. Ancak bu, bu geometrilerin geliştirdiğimiz nesne kuramının sınırları dahilinde *a priori* olarak geliştirilebilmesini gerektirmemektedir. Şimdi bunun nedenini anlamaya çalışalım. Eliptik olmayan geometrileri eliptik olanlardan bazı ifadeler vasıtasıyla ayırabiliriz. Örneğin "Bir doğru çizgi üzerinde yer alan herhangi üç noktadan bir ve yalnızca bir tanesi diğer ikisinin arasında yer alır"[7] diyebiliriz. Ancak bunu söylemek yerine: "Bir doğru çizgi üzerinde yer alan üç noktanın her biri diğer ikisinin arasında yer alır" ya da "Bir doğru çizgi üzerinde yer alan üç noktadan hiçbiri diğer ikisinin arasında yer almaz" da diyebilirdik. İlk ifadeyle eliptik olmayan bir geometriyi, ikinci ifade de eliptik bir geometriyi betimliyoruz. Üçüncü ifade ise yanyanalık bağıntısını sağlayan hiçbir nokta dizgesi tarafından sağlanmadığı için geometri fikrinden tamamen vazgeçmiş oluyoruz.

Burada, söz konusu bu ifadeler arasında seçim yapmamızı bize telkin edecek herhangi bir *a priori* zemin bulunmamaktadır. İşte bu noktada saf nesne kuramının sahasını terk ediyo-

7 *Ibid.*, s. 6.

ruz ve bir şeyin *derecesi*yle ilgili bir seçim yapıyoruz. Yani üç nokta verildiğinde, iki nokta arasında yer alabilecek noktanın sayısını belirleyen bir değişkenin alacağı bir değeri belirliyoruz. Burada, "saf" terimini "bu tür bir değişkenin değerinin belirlenmesini içermeyen" anlamında kullanıyoruz. Saf geometri, bu itibarla, nesnelerini birimler olarak veya *quanta* olarak ele alır ve bu birimler tarafından oluşturulan çokluların özelliklerini inceler. Yukarıda betimlendiği gibi, farklı dereceler alan bir değişkenin kullanımını gerektiren bir durumun ortaya çıkması halinde, saf geometrinin sınırlarının dışına çıkılır. Bu noktanın paralel aksiyomu için sonuçlarını aşağıda ele alıyoruz.

8. Eğer A ve B, B ve C'nin belirlediğinden farklı bir doğru çizgi belirliyor ise A, B ve C bir düzlem belirler deriz.

   8 hakkında değerlendirmeler:

   Geometrinin temel bir unsuru olan "düzlem"in üç yer tarafından nasıl belirlendiği (8)'de açıklanmıştır.

10.1.3. Paraleller Aksiyomu (İng. *Axiom of Parallels*)

Hilbert, paraleller aksiyomunu şu şekilde ifade eder:[8]

> α düzleminde, a doğru çizgisinin dışında yer alan herhangi bir A noktasından, a çizgisini kesmeden çizilebilen bir ve yalnız bir doğru çizgi vardır. Bu doğru çizgi verilen A noktasından geçen paralel olarak adlandırılır.

Arasında olma mefhumuna ilişkin yaptığımız açıklamaya benzer olarak, burada da bir dereceye ilişkin bir seçimle karşı karşıya kalıyoruz. İfade ettiğimiz gibi, bu noktada saf nesne kuramının sınırlarının dışına çıkıyoruz. Bu durumda, değişkenimiz, bir doğru çizgiye kendi dışındaki noktadan çizilebilen noktaların sayısı oluyor. Dolayısıyla paralellerin sayısına ilişkin üç farklı aksiyom formüle edebilme olanağı geometrik nesnelerin nesnel bir biçimde ele alınabilmesi bakımından bir engel teşkil etmiyor.

---

8 *Ibid.*, s. 11.

10.1.4. Örtüşme Aksiyomları (*İng. Axioms of Congruence*)

Örtüşme aksiyomları örtüşme terimini tanımlamaktadır. Altı aksiyomun ilk üçü doğru çizginin parçalarının örtüşmesi, dördüncü ve beşinci aksiyomlar açıların örtüşmesi, altıncı aksiyom ise doğru parçalarının ve açıların örtüşmesi hakkındadır. Aksiyomların ilk üçü doğrusal, ikinci üçü ise düzlemsel aksiyomlar olarak anılırlar.

Söz konusu bu aksiyomlar yönlülük mefhumunu varsayarlar. Hilbert (IV,1)'de iki doğru parçasının örtüşmesini tanımlarken, yönlülüğü "yan" mefhumunu kullanarak sunmuştur. Hilbert'in bu tanımı şöyledir:[9]

> Eğer A, A´, O, B, O, A ile B arasında yer alan, ama A ile A´ arasında yer almayan bir nokta olmak şartıyla, bir doğru parçası üzerinde yer alan dört nokta ise o zaman şunu söyleyebiliriz: A ve A´ noktaları *a çizgisi üzerinde O noktasıyla aynı yanda* yer alır ve A, B noktaları *a çizgisi üzerinde O noktasıyla farklı yanlarda* yer alır.

Yukarıda da ifade ettiğimiz gibi, yönlülük mefhumu boşluğun iki yönünün farklılaşmasıyla seçik hale getirilebilir. A'yı kavramak ve B'den ayırmak ve B'yi kavramak ve A'dan ayırmak bize böyle iki farklı belirlenim sunar. Bu iki belirlenim olmaksızın, farklı yönler *a priori* bir surette ayırt edilemez.

10.1.5. Süreklilik Aksiyomu (İng. *Axiom of Continuity*)

Hilbert, süreklilik kavramını farklı bir aksiyomda şu şekilde ifade etmektedir:[10]

> A_1, bir doğru çizgi üzerinde, rastlantısal olarak seçilmiş A ve B noktaları arasında yer alan herhangi bir nokta olsun. A_2, A_3, A_4, ... noktalarını alalım, öyle ki, A_1, A ve A_2 arasında, A_2, A_1 ve A_3 arasında, A_3, A_2 ve A_4, arasında ... vb yer alsın. Ayrıca AA_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ... doğru parçaları da birbirlerine eşit olsunlar. Bu durumda, bu nokta serisi içerisinde, daima belli bir A_n noktası vardır ki B, A ve A_n arasında yer alır.

---

9 *Ibid.*, s. 9.

10 *Ibid.*, s. 25.

Biz süreklilik mefhumunun, bizim ifade ettiğimiz biçimiyle, nesne ve yer mefhumlarınca içerildiğini düşünüyoruz. Daha önce ifade ettiğimiz gibi, herhangi iki nesne ve bu iki nesnenin işgal ettiği yerler, ayırma ilkesi olan özdeş bir boşluk tarafından ayrılır. Eğer bir doğru parçasını da bir nesne olarak ele alırsak onu da bir birlik olarak mütalaa etmek durumundayız. Bu nesne basit parçaları haiz olmayan bir nesne olduğundan, kendisi boşluk içermeyen bir bütün olmak durumundadır. Bu bütünlük de doğru parçasının kendisini oluşturan parçaları itibariyle süreyinden (İng. *continuum*) başka bir şey değildir. Dolayısıyla bir doğru parçasının nesne oluşu onun sürekliliğini gerektirir. Burada dikkat etmemiz gereken nokta, doğru parçasının sürekli oluşunun, doğru parçasını aritmetik araçlarla ele alabilmek için kendi isteğimizle takdim ettiğimiz bir vasıf olmaması, doğru parçasının nesne olmasından kaynaklanmasıdır. Dolayısıyla herhangi bir doğru parçası gerçel sayılar kümesi tarafından temsil edilebilir.[11]

10.2. Hilbert Aksiyomatizasyonunun (İlksavlılaştırmasının) Yeniden Değerlendirilmesi

Geometrinin aksiyomlarına dair bu bölümde yürüttüğümüz tartışmaların ışığında, Hilbert'in yaptığı da dahil olmak üzere, geometrinin herhangi bir aksiyomlaştırmasının nesnelerin saf görüsüne dayandığını iddia ediyoruz. Bu incelememizde, aksiyomlar ile söz konusu nesneler arasındaki bağıntıyı görünür kılarak bu görüşü açıklığa kavuşturmaya çalıştık. Bir başka deyişle, Hilbert'in aksiyomlarda kullandığı terimler nesnelere karşılık gelmektedir. Hilbert'in iddia ettiğinin aksine, yalnızca aksiyomlar tarafından örtük olarak tanımlanmış değildirler.

Bunun yanı sıra, geometrilerin çokluğu, geometrinin nesnelliğine karşı bir kanıtlama olarak kullanılamaz. Özellikle arasında olma ve paralellik mefhumları hakkında yürüttüğümüz tartışmada vurgulamaya çalıştığımız gibi, farklı geometriler geometrik nesnelere dayanmakta ve fakat nitelik ka-

11 Bu ifade Bölüm 10 ve Bölüm 11'de açıklığa kavuşturulmaktadır.

tegorisinin örtük kullanımıyla geliştirilmektedir. Özel olarak, Euklides'in beşinci postülası ve bu postülanın eliptik ve hiperbolik geometrilerdeki iki farklı versiyonu, nesneler *quanta* olarak alındığı sürece saf nesnel ifadeler değildirler.

10.3. Sonuç

Geometrik nesneler saf görüde inşa edilen nesneler olarak vardır. Tıpkı sayılar gibi geometrik nesneler de kümelerin elemanları olarak düşünülebilirler. Ancak kümelere indirgenemezler. Matematiksel nesneler sayılar gibi kendi başlarına ya da biçimsel bir dizge içerisinde veya uzayda inşa edilen karşılıklarıyla birlikte vardırlar.

KISIM IV

MATEMATİKSEL GERÇEKLİK VE SÜREY VARSAYIMI'NIN İSPATI

Bilindiği gibi, Gödel 1940 tarihli çalışmasında seçim aksiyomunu içeren Zermelo-Fraenkel küme kuramında (ZFC) SV'nin değilinin ispatının verilemeyeceğini göstermiştir. 1963 yılında Paul J. Cohen'in makalesinin yayımlanması ise, seçim aksiyomunu içeren Von Neumann-Bernays-Gödel küme kuramında (NBG) SV'nin ispat edilebilirliği sorusunu olumsuz yönde nihayetlendirmiştir.[12] Bilindiği gibi, bu sonuç Zermelo-Fraenkel küme kuramında da geçerlidir, çünkü ZFC'nin dilinde yer alan her bir ifade, NBG'de ancak ve ancak ZFC'de ispatlanabilir ise ispatlanabilirdir. Bu tarihten itibaren SV'nin klasik küme kuramının sınırları içerisinde ne kendisinin ne de değillemesinin ispatlanabilir olduğu kabul edilmiştir. Ancak ZFC veya NBG'nin yeni aksiyom ya da aksiyomlarla genişletilmesiyle ispatlanıp ispatlanamayacağı bilinmemektedir. Bir başka deyişle, soru halen açıktır.

Kurt Gödel Sürey Varsayımı (SV) hakkındaki makalesinde şu tespiti yapar:[13]

> Bu alanda, belki de en temel sorular hakkında bile elde edilen sonuçların kıtlığı, bir ölçüde saf anlamda matematik güçlüklerden dolayı olabilir; ancak görünen odur ki (Bölüm 4'e bakınız) daha derin sebepler bulunmaktadır ve bu problemlerin tam bir çözümü ancak bu soru-

---

12 Gödel (1940), Cohen (1963) ve Cohen (1964).

13 K. Gödel (1944), s. 473.

> ların içinde yer alan ("küme", "birebir eşlenebilirlik" vb) terimlerin ve bu terimlerin kullanımının arkasında yer alan aksiyomların (matematiğin yapmaya alışkın olduğu türden) daha kapsamlı/yetkin (İng. *profound*) bir çözümlemesiyle elde edilebilir.

Gödel, daha sonra önerilen birkaç çözümlemeyi inceler ve eleştirir. Her birini neden yetersiz bulduğunu açıklar.

İncelememizin bu kısmında Gödel'in yukarıdaki alıntıda işaret ettiği türden bir çözümlemeye girişiyoruz. Nesnelerin kuruluşuna ilişkin ontolojik bir bakış açısında odaklanıyoruz. Bir bakıma, nesnelerin ve kümelerin mevcut olduğu ontolojik sahaları/mekânları birbirinden ayırt etmemizi sağlayacak surette tikel nesnelerin kuruluşuna ilişkin bir *çözümleme* sunuyoruz.[14] Bu çözümleme ise bize **SV**'nin bir ispatını verebilme imkânını sağlıyor.

Bölüm 11'de, ilk olarak tikel nesnelerin inşasında matematiksel nesnelerin görüsel izlerinin işlevi üzerinde kısaca duruyoruz. *A priori* nesneler olarak Sıfır ve Bir'in tikel nesneler için kurucu olduğu görüşümüzü yeniden ifade ediyoruz. Hatırlanacağı üzere, Bir'in görüdeki izi tikel nesnenin bireysel birliğinde, Sıfır'ın görüdeki izi ise tikel nesnenin belirsiz olandan ayrılmasında mevcuttur. Burada çokluların kuruluşunun Sıfır ve Bir'in görüsel izlerine dayandığını savunuyoruz. Herhangi bir nesne, bir birlik olması itibariyle, hem Bir'in hem de Sıfır'ın görüsel izlerini haizdir. Bir nesnenin Sıfır ve Bir'in görüsel izlerini haiz olması demek, *a priori* nesneler olarak Sıfır ve Bir o nesnenin kuruluşunda mevcuttur, yahut idrak edilirler demektir. Eğer bir nesne bir birlik ise diğer mümkün nesnelerden Sıfır'ın görüdeki izi olarak düşünülen bir boşlukla ayrılmış demektir.

Hatırlanacağı üzere, daha önce Bölüm 3'te nesneler ve kümelerin mevcut olduğu ontolojik sahaları/mekânları birbirinden ayırt etmiş ve *a posteriori* tikel karşılıkların ve *a priori*

---

14 Böyle bir çözümleme tam bir nesne kuramı geliştirerek matematiğe sağlam bir temel kazandırmaya yönelik çakışmalarımızın bir devamıdır. Bizim yaklaşımımız hem matematiksel nesnelerin varlığına hem de onlara temasımızın mahiyetine yönelik bir açıklamayı içermektedir. Düşüncemize göre, bir nesne kuramı ancak hem ontolojik hem de epistemolojik bakımdan yeterli olmalıdır.

karşılıklar olarak doğal sayılar ve noktaların küme mefhumundan bağımsız olarak var olduklarını iddia edeceğimizi söylemiştik. Burada kümelerin, nesnelerin çoklularını nicel olarak temsil ettiklerini gösteriyoruz. Daha sonra, sayallık kavramını ele alıyoruz.

Bölüm 12'de ise ontolojik bakımdan temel çokluları[15] sunuyoruz. Eğer bir nesne bir birlik ise, kendi içerisinde bir boşluk bulunmaz. Dolayısıyla bir nesneyi iki ayrı bakış açısından ele alabiliriz: bir birim olması itibariyle nesne ve (kendi içinde bir boşluk içermeyen) bir bütün olması itibariyle nesne. Bu iki bakış açısından iki farklı çoklu ortaya çıkmaktadır:

1. M_u: Basit parçası olmayan birlik olarak ele alınan nesnelerin çoklusu ve
2. M_v: Basit parçalardan oluşan boşluksuz bütünler olarak ele alınan nesnelerin çoklusu

Daha sonra, M_u ve M_v'nin özelliklerini sunuyoruz ve nasıl olup da ontolojik bakımdan temel iki sonsuz sayala ($\aleph_0$ ve **c**) sahip bulunduklarını açıklıyoruz.

Daha sonra, Sürey Varsayımı'nın bir ispatını veriyoruz. Bu ispatta, ilk başta, $\aleph_0$ ve **c**'den başka bir ***temel*** sayala sahip bir küme inşa edebilmek için nesnelerin kuruluş ilkeleri arasına Bir'in ve Sıfır'ın görüsel izlerinden başka bir ilke eklenmesi gerektiğini iddia ediyoruz. Daha sonra ise, böyle bir eklemenin bir çelişkiye yol açacağını gösteriyoruz.

Son olarak, yaptığımız ispatı ele alıyoruz ve bu ispatın ZFC'de ya da ZFC'nin herhangi bir uzantısında (İng. *extension*) temsil edilemeyecek belli bir varsayıma dayandığını gösteriyoruz. Bir başka deyişle, böyle bir ispatın neden ZFC'nin herhangi bir uzantısında yer alamayacağına dair felsefi bir kanıtlama sunuyoruz. Daha sonra, SV'nin doğru olduğunu ancak ZFC'nin herhangi bir uzantısında ispatının verilemeyeceğini gösteriyoruz. Bu bölümün sonunda "saf matematik" mefhumunu açıklığa kavuşturuyoruz.

---

15 "Temel"le, "nesneye ve nesnenin parçalarına ilişkin olan" kastedilmektedir. Bu terimin anlamı ileride daha ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

11

Sayallık ve Eşsayılılık

Özet

Bu bölümde, nesneyi iki farklı cihetten ele alıyoruz: bir birim olması itibariyle nesne ve kendinde bir boşluk içermeyen bir bütün olarak nesne. Bu iki cihetten ele alındığında nesnelerin iki farklı çoklu oluşturduklarını iddia ediyoruz. Daha sonra eşsayılılık ve sayallık kavramlarını ortaya koyduğumuz ontolojik çerçeve içerisinde ele alıyoruz.

11.1. Tikel Bir Nesnenin Kuruluşunun Çözümleyici (Analitik) İlkeleri

Tikel bir nesne kendisini kuran unsurların terkibi (sentetik; bireşimsel) bir birliğidir. Bu unsurlar nesnenin özellikleri ya da parçaları olabilir. Önemli olan nokta, nesnenin söz konusu bu özelliklerin ve parçaların bir yığını olmamasıdır. Bizce bir nesnenin unsurlarından hareketle nasıl kurulduğu veya bir nesnenin unsurlarıyla arasındaki bağıntının mahiyeti ontolo-

jinin en temel konusudur. Ancak incelememizin bu bölümünde bu problemle ilgilenmiyoruz. Sadece bir nesnenin analitik bakımdan kuruluşunu dikkate alıyoruz. Analitik kuruluşla kastettiğimiz bir nesnenin bir birlik olarak nasıl kurulduğu ve mümkün belirsiz nesnelerden nasıl ayrıldığıdır. Bir başka deyişle, nesneleri, bir çokluk içerisinde, diğer nesnelerle *dışsal* bağıntıları haiz birlikler olarak ele alıyoruz. İçsel kuruluşlarını bir kenara bırakıyoruz.[16]

Analitik olarak bir tikel nesne, mümkün (belirsiz) tikel nesnelerden ayrılarak kurulmuş biricik bir bireydir. Dolayısıyla bir tikel nesnenin analitik kuruluşu şu iki ilkeyi haizdir: bir nesnenin bir olarak kurulmasını belirleyen ilke ve bir nesnenin mümkün (belirsiz) nesnelerden ayrılmasını belirleyen ilke. Biz ilk ilkeyi ***birlik ilkesi*** ve ikinci ilkeyi de ***ayırma ilkesi*** olarak adlandırıyoruz.

Herhangi bir tikel nesne, bir ve aynı düşünme ediminde kendisi olarak ve bir birlik olarak düşünülür. Biz burada, bir nesnenin kuruluşunun, *a priori* bir nesne olarak *Bir*'in varlığını ve (epistemolojik olarak da) kavranılmasını içerdiğini iddia ediyoruz. Burada söz konusu olan Bir, *a posteriori* bir nesne olamaz, çünkü herhangi bir *a posteriori* nesne bireysel bütünlük ilkesi olan Bir'e dayanarak bir birlik halinde kurulur. Burada "*a priori*"yle kastedilen, ampirik olandan tamamıyla bağımsız anlamında "saf" ya da "saf olarak akledilebilir" değildir. Ampirik nesnelerin kuruluşunda yer alan ama kendisi ampirik olmayan anlamında *a priori*'dir. Bir başka deyişle, tikel bir nesne ancak *a priori* bir nesne olarak Bir'in bir ***karşılığı*** olarak bir birlik halinde kurulur. Burada "karşılık" terimini kullanmamızın nedeni, *a priori* ve *a posteriori* nesneler arasında bir ayrım yapmamız ve *a priori* nesneleri kendi başlarına değil, ancak *a posteriori* nesneler üzerinden kavradığımızı vurgulamak istememizdir. Tikel bir *a posteriori* nesne sahip olduğu birlik cihetiyle *a priori* bir nesne olan Bir'in bir karşılığıdır.

Şimdi cevaplanması gereken bir soru kalmaktadır: Bir tikel nesnenin belirsiz olandan ayrılmasını temin eden ayırma ilkesi nedir? Biz burada, bir nesnenin bir birlik olarak varlı-

16 Nesnenin içsel kuruluşuna ilişkin görüşlerimiz için *bkz.* Bölüm 2.

ğının ve mümkün belirsiz nesnelerden ayrılmasının, nesne ve belirsiz arasında bir "boşluk"un var olmasını gerektirdiğini iddia ediyoruz. Burada boşluğu uzamsal olmayan bir ayırma ilkesi olarak kullanıyoruz. Belirsiz ile nesne arasında boşluğun varlığı belirsiz ile nesneyi bir birlik olarak düşünmemin imkânsızlığı anlamına gelir. Bu imkânsızlık bir çelişkiyle ifade edilir. Bir nesne olarak *x*'in kurulması demek, belirsiz olanın *x* ve *x*-olmayan olarak bölünmesi ve *x* ile *x*-olmayan'ı özdeş (kendisiyle aynı) olarak düşünmenin bir çelişki olmasıdır.

Ancak burada bir sorun bulunmaktadır. Böyle bir boşluğun, *nesnel* bir ilke olarak varlığını nasıl makul kılabiliriz? Boşluğun sevkedici düşünme etkinliği içerisinde bir çelişkiyle temsil olunduğunu ifade etmek, söz konusu boşluğun düşüncede bir *şey* olarak nasıl kavranıldığını ve kurulduğunu açıklamaz. Esasen bu sorunun bir çözümü mevcuttur ve bizce yegâne çözüm de budur: Boşluk ancak *a priori* bir nesne olan Sıfır'ın bir *karşılığı* olarak vardır. Burada söz konusu olan Sıfır, *a posteriori* bir nesne olamaz, çünkü herhangi bir *a posteriori* nesne, ayırma ilkesi olan Sıfır'a dayanarak belirsizden ayrı bir nesne halinde kurulur. Dolayısıyla bu suretle kurulan ve kavranılan nesne, yani Sıfır, *a posteriori* bir nesne olamaz. Sonuç olarak, bir nesnenin mümkün belirsiz nesnelerden ayrılması *a priori* bir nesne olarak Sıfır'ın varlığını ve (epistemolojik bakımdan da) kavranılmasını gerektirir.

Şimdi tikel nesnelerin kuruluşunun analitik ilkelerini aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz:

Birlik ilkesi, tikel bir nesnenin Bir olarak kurulmasını ve kavranılmasını temin eden cihetidir. Bu cihet *a priori* bir nesne olarak Bir'in karşılığıdır.

Ayırma ilkesi, nesnenin belirsiz olandan ayrılmasını temin eden boşluktur. Boşluk *a priori* bir nesne olarak Sıfır'ın karşılığıdır.

Biz bu ilkeleri, sırasıyla, ***Bir'in görüdeki izi*** ve ***Sıfır'ın görüdeki izi*** olarak da adlandırıyoruz. Hatırlanacağı üzere, "görüsel iz" terimini Kant'ın transandantal düşüncesinden alı-

yoruz ve kendi çerçevemize uydurarak kullanıyoruz.[17] Kant'a göre, görüsel bir karşılığı olan bir nesne *a posteriori* bir nesnedir. *A posteriori* bir nesne görüsel karşılığıyla birlikte kurulur ve kavranılır. Bir *a posteriori* nesne, bir görüdeki izi (*Sinn*) haizdir, çünkü terkip edilmesi ve kurulması için ampirik bir çokluya ihtiyaç duyar. Bir başka deyişle, *a posteriori* nesnenin görüdeki izi, görüsel karşılığın terkip edilmesinde kullanılan hissi malzemedir.

Bu çerçevede dolayısıyla öne çıkan üç unsur bulunmaktadır:

1. Bir birlik olarak bireysel nesne
2. Bir terkip kuralları grubu
3. Hissi malzeme: görüsel iz

Şimdi *a priori* nesneler olarak sayılarla ilgili ifade ettiklerimizi, *a posteriori* nesneler, terkip kuralları ve hissi malzemeyle karşılaştıralım. Bu durumda:

1. Sıfır ve Bir nesnelerdir ve *a posteriori* değil, *a priori*'dirler.
2. Terkip kuralları yerine bireysel bütünlük ve ayırma ilkeleri geçmiştir.
3. Hissi malzeme yerine, birimsel olarak ve çokluğun parçaları olarak *a posteriori* nesnelerin kendileri yer almaktadır.

Sonuç olarak, matematiksel nesneler olarak Sıfır ve Bir'in görüsel izleri tikel nesnelerde mevcuttur. Sıfır ve Bir'in varlığı ve kavranılması olmaksızın herhangi bir bireyin kuruluşundan söz edilemez.[18]

Şimdi asıl bahsetmek istediğimiz noktaya gelelim: Sürey Varsayımı'yla (SV) ilgili tartışmamıza başlamadan önce neden nesnelerin analitik kuruluşunu dikkate aldığımızı ifade edelim.

---

17 Kant'ın *Sinn* kavramını kullanışına ilişkin ayrıntılar için *bkz.* Bölüm 1.

18 Bu görüşe ilave olarak, birden büyük sayıların da *a priori* nesneler olarak mevcut olduklarını öne sürüyoruz. Aksi takdirde tutarlı birçokluk anlayışı savunulamaz hale gelir.

Kısım II ve Kısım III'te açıklandığı üzere matematiksel nesneler vardır. Ya (doğal) sayılar gibi kendi başlarına vardırlar ve onlara *a posteriori* nesnelerde mevcut olan görüsel izleri üzerinden temas ederiz. Ya da biçimsel ve geometrik nesneler gibi karşılıkları saf görüde kurulmuş olarak vardırlar. Saf görü Bir, İki ve Üç'ün görüsel izleri marifetiyle belirlenmiş bir inşa mekânıdır. Biçimsel ve geometrik nesnelere de saf görüde inşa olunan karşılıkları üzerinden temas ederiz. Matematiksel nesneler, matematiksel düşüncenin esas konusunu teşkil eden çokluğun unsurlarıdır.[19] Matematiksel nesneler, nesnel düzeyde, *çoklu*lara aittir. Ve bu itibarla, ontolojik anlamda kümelerden ayrı bir mekânda var olmaktadırlar. Matematiğin konusunu teşkil eden kümeler, *a priori* nesnelerin karşılıklarının bireyselleştirilmesi itibariyle tanımlanırlar.

Hatırlanacağı üzere, kümenin, genel anlamda bir tümel nesne olduğunu öne sürmüştük. Artık matematiksel nesnelerin saf görüde ne manada var olduklarını da açıklığa kavuşturmuş bulunuyoruz. Bu itibarla, tümel nesnelerin tesisinden bağımsız olarak matematiksel nesnelerin karşılıklarıyla birlikte mevcut olduğunu öne sürebiliyoruz. Matematiğin konusunu teşkil eden bir küme, bir matematiksel nesneyi ya da bu nesneye ait bir unsuru içsel cihetten yakalamak suretiyle kurulan bir tümel nesnedir. Bir kümeye bir cihetten ait kılınan bir matematiksel nesne, bir başka kümeye bir başka cihetten ait olabilir. Dolayısıyla iki farklı kümeye farklı cihetlerden ait kılınan bir matematiksel nesnenin küme dahilinde özdeşliğinden (aynılığından) söz edilemez. Öte yandan, biz artık söz konusu matematiksel nesnelerin (karşılıklarıyla birlikte) kendi

19 Bu bölüm boyunca nesnelerin çokluğunun verili olduğunu varsayıyoruz. Ancak böyle birçokluğun kuruluşunun düşüncenin sınırları içerisinde kuşatılıp kuşatılamayacağı temel bir ontolojik sorun oluşturur ve ayrı bir araştırmayı gerektirir. Nesnelerin çokluğu çok aşikâr göründüğü için böyle bir araştırmanın gerekli olup olmadığı sorulabilir. Biz konunun bu kadar aşikâr olduğunu düşünmüyoruz. Bizim bilgimiz dahilinde, çokluğun düşüncede kuruluşuna özgü bir inceleme yapılmış değildir. Hemen hemen daima, mantıkçılar ve varlık bilimciler, birliği düşünsel olana, çokluğun kaynağını ise duyumsal olana bağlamak eğilimindedirler. Sadece bu noktanın altını çizmek istiyoruz. Nesnelerin kalıcı çokluğunun kuruluşu sorununu İkinci Kitap'ta tekrar ele alıyoruz.

başlarına varlıklarından söz edebildiğimiz için özdeşliğe/aynılığa ilişkin ontolojik bir sorunla karşı karşıya değiliz.[20] Bir kümeye aidiyet düzeyinde ve kendi başına varlık düzeyinde bir matematiksel nesneden söz edebilmemiz mümkündür. **SV**'nin doğru bir biçimde anlaşılmasının ve kuşatıcı bir biçimde yorumlanmasının anahtarının, kümeler ile nesnelerin çokluları arasındaki bu varlık düzeyi farklılaşması olduğunu düşünüyoruz.

11.2. Doğal Sayılar ve Sayallık

Şimdi doğal sayılarla bağıntısı dahilinde sayallık kavramını ele alalım. Burada, doğal sayıların ait oldukları çoklular ve nesnelere dair ön bir kavrayışımız olmaksızın kümeler arasında eşgüçlülük (İng. *equipollence*) mefhumunu kuramayacağımızı iddia edeceğiz. Eşgüçlülüğün ve dolayısıyla sayallığın kümelerin ait olduğu ontolojik düzeyde kuşatılamayacağını savunacağız. Eşgüçlülük ve dolayısıyla sayallık, kümelerden farklı bir mekânda ve bağımsız olarak var olan matematiksel nesnelerin ve dolayısıyla da çokluların alanına müracaat etmemizi gerektirmektedir. Bunun nedenini anlamaya çalışalım.

Eşgüçlülüğün tanımını dikkate alalım: İki kümenin eşgüçlü olduğunu ve dolayısıyla kendilerine aynı sayının atfedildiğini ancak ve ancak bu iki kümenin elemanları birebir eşlenebiliyorsa söyleyebiliriz.

Görünüşe göre burada eşgüçlülük kümeler arasında birebir eşlenebilirlik vasıtasıyla tanımlanmaktadır. Öncelikle, eğer bu tanım, sayı mefhumunun da kümelerin birebir eşlenebilirliği üzerinden tanımlandığını ima ediyorsa burada bir sorun var demektir. Sadece boş kümenin ve tek elemanlı bir kümenin bulunduğu bir evren düşünelim. Öncelikle, açıktır ki, herhangi bir birebir eşleme işleminden bağımsız olarak boş kümenin eleman sayısı Sıfır, tek elemanlı kümenin eleman sayısı ise Bir'dir. Ancak böyle bir sayı mefhumuna kümelerle ve kümelerin birebir eşlenebilirliği üzerinden sahip olmuş olma ihtima-

20 Benzer bir durumun *a posteriori* nesneler için söz konusu olup olmadığını İkinci Kitap'ta Bölüm 2'de ele alıyoruz.

lini göz ardı etmeyelim. Böyle bir evrende, ilk olarak şu görüşü öne sürebiliriz: Bu iki kümeye herhangi bir sayı tayin edilemez, çünkü öncelikle elemanları birebir eşlenebilecek iki kümeden söz edilemez. Öte yandan böyle bir durumda, boş kümenin kendisiyle ve tek elemanlı kümenin de kendisiyle birebir eşlenebileceği öne sürülebilir. Bunun yapılabilmesi için aynı kümenin iki ayrı özellemesinin bulunduğu söylenmelidir. Bir ve aynı küme birebir eşleme bağıntısında mevcut iki ayrı yeri işgal etmelidir. Ancak bu iki ayrı yer, daha önce vurguladığımız gibi, ancak İki sayısının görüdeki izi sayesinde mevcuttur. Söz konusu birebir eşlemenin yapılabilmesi için baştan İki sayısının mevcut olması ve kavranılması zorunludur. Ancak böyle bir evrende İki sayısının tanımını verebileceğimiz bir zemin mevcut değildir. Dolayısıyla eşgüçlülüğün tanımının aynı zamanda sayının da tanımı olduğunu söyleyemeyiz.

Bu durumda, Frege'nin izlediği gibi farklı bir strateji izleyebiliriz ve sayıların ikinci derece kavramlar tarafından, eşdeğer kümelerin bir kümesi tarafından tanımlandığını söyleyebiliriz. Ancak bu yol da bir çıkmaz sokaktır. Tarihsel olarak bilindiği gibi, Frege eşgüçlülüğü tanımlamak için ikinci derece kavramların kaplamlarını kullanmış ve Russell Paradoksu'na yol açan **5. Temel Kuralı** ifade etmiştir.

Çıkış yolu nedir? Bir sayının bir kümeye tayin edildiğini söylemek için kümelerden bağımsız olarak (sayal anlamda) bir sayı mefhumuna sahip olmamız ve bu sayı mefhumunun farklı kümelere uygulayabilmemiz gerekir. İşaretlerin sıralanmasına ilişkin olarak Bölüm 7'de ifade ettiğimiz gibi, işaretleri sıralamak ve biçimsel nesneleri inşa etmek sürecinde doğal sayılardan yararlanmak durumundayız. Burada gerçekleştirdiğimiz inşalar, doğal sayıları sıral anlamda kavramamıza dayanır. Sıral anlamda kavradığımız doğal sayıların varlığına dayanarak sayal anlamda doğal sayıları inşa etmemiz mümkündür. Sayal anlamda doğal sayıların inşa edilmesi ilkesel olarak nesnelerin varlığına dayanır. Biz bir sayıyı bir nesne çokluğuna tayin ederiz. n adet nesnenin oluşturduğu bir çokluğa bir doğal sayıyı tayin etmek nesne düzeyinde n farklı nesne mevcuttur anlamına gelir. n farklı nesnenin var olması ise bu şekilde n nes-

nenin birbirinden karşılıklı olarak ayırt edilmesi/ayrılmasıyla sağlanır. İki'yi dikkate aldığımızda, herhangi iki nesne daha önce yukarıda sözünü ettiğimiz biçimde ayırma ilkesi vasıtasıyla birbirinden ayrılır. Üç söz konusu olduğunda, herhangi üç nesne yukarıda sözünü ettiğimiz biçimde ayırma ilkesi vasıtasıyla birbirinden ayrılır. Örneğin A, B ve C nesnelere karşılık geliyorsa, üç farklı nesnenin mevcut olduğunu söylemek A, B'den, B, C'den ve C de A'dan birer boşlukla ayrılıyor demektir. Dört'ten daha büyük herhangi bir doğal sayı n için ise, n tane farklı nesne için n'nin ikili tüm kombinasyonları kadar ayrıma ihtiyacımız vardır.[21]

Böyle bir düşünüş biçimine ilişkin olarak ortaya çıkabilecek yegâne sorun, doğal sayıların sonsuz sayallığını açıklamaktır. Ancak sayalları tanımlamak üzere sıral anlamda doğal sayılara dayandığımız sürece bu bir sorun olmaktan çıkar. Çünkü sonsuz sıralları açıkladıktan sonra, sonsuz sayallara birebir eşlenebilirlik üzerinden bir geçiş yapmak sorunsuz bir biçimde başarılabilir.[22]

Dolayısıyla doğal sayılar, kümelerin bir dolayımı olmaksızın sayal sayılar olarak kurulabilirler. Ancak yapılması gere-

---

21 Bölüm 6'da ortaya koyduğumuz gibi, İki ve Üç doğal sayılarına belli çoklukların karşılık getirilmesinde kavramların dolayımına ihtiyaç yoktur. Dört ve sonrasındaki sayılar için ise böyle bir dolayıma ihtiyaç bulunmaktadır. Bir, İki ve Üç'ün görüsel izlerinin bir bütün oluşturmalarının esas nedeni budur. Sadece *a priori* nesneler olarak Bir, İki ve Üç, *a posteriori* nesnelerin alanında dolaysız karşılıkları haizdirler.

22 Örneğin Suppes (1960): §7.3 ve §7.4'te kümelerin alanında böyle bir düşünce çizgisi izlenmektedir:

Sayallar için özel bir aksiyomu ya da seçim aksiyomunu kullanmaksızın, sayal sayıları ilk (İng. *initial*) sırallar olarak tanımlayarak belli bir miktar sayal sayı kuramı geliştirilebilir. Bir ilk sıral sayı kendisinden küçük herhangi bir sıral sayıyla eşsayılı olmayan bir sıraldır. Ancak seçim aksiyomu olmaksızın her kümenin bir sayalı olduğunu gösteremeyiz ve dolayısıyla makul/hatırı sayılır bir sayal aritmetik geliştiremeyiz. Öte yandan, *alef*leri tanımlayabiliriz. Klasik sezgisel küme kuramında bir alef, iyi sıralı (İng. *well-ordered*) sonsuz bir kümenin sayal sayısıdır. (*a.g.e.*, s. 224-5)

Bizce, nesnelerin alanında tutarlı bir sayal sayı anlayışı geliştirmek için benzer bir çizgi izlenebilir. Ayrıca Suppes'in sayal aritmetikte seçim aksiyomunun yaşamsal işlevine ilişkin olarak ancak nesne kuramı içerisinde bir gerekçelendirmenin yapılabileceğini düşünüyoruz. Seçim aksiyomunun bir yorumunu ve sınırlandırılmasını Bölüm 12'de sunuyoruz.

ken son bir iş daha bulunmaktadır. Doğal sayıları sayallar olarak inşa etmek nesneler düzeyinde eşsayılılığın ne olduğunu açıklamaz. Eşsayılılığı nesneler alanında nasıl tanımlayabiliriz? Herhangi iki nesnenin parçaları itibariyle eşsayılı olduğunu nasıl söyleyebiliriz?

Eşsayılılık mefhumunu açıklığa kavuşturabilmek için nesnelerin ve nesnelerin parçalarının çokluğundan söz edebilmenin bir yolunu bulmalıyız. Biz bu tür çokluklar için topluluk (*collection*) tabirini kullanacağız. Bir topluluk, nesnelerden ve nesnelerin parçalarından bir *seçme ilkesi*ne göre oluşturulur. Biz, bir nesne topluluğu oluşturmak üzere herhangi bir nesneyi, bir nesne parçası topluluğu oluşturmak için herhangi bir nesne parçasını topluluğa dahil edebiliriz. Seçme ilkesiyle kastettiğimiz ilke, küme düzleminde seçim aksiyomuyla eşdeğerdir. Nesne düzeyinde seçme ilkesi topluluklar oluşturmanın nihai ilkesidir.

Şimdi eşsayılılık için şu tanımı öneriyoruz:

Tanım 11.1 (Eşsayılılığın tanımı) Parçaları itibariyle iki nesne o_1 ve o_2 (veya iki nesne topluluğu) ancak ve ancak o_1'in parçalarını o_2'ye (bir topluluğun nesnelerini diğer topluluğun nesnelerine) birebir surette eşleyen bir yordam mevcutsa eşsayılıdır. Herhangi iki nesne (veya iki nesne topluluğu) verildiğinde, şayet nesnelerin parçalarını (veya topluluklarda mevcut nesneleri) birebir surette birbirine eşleyen herhangi bir yordam yoksa, bu iki nesne (bu iki topluluk) eşsayılı değildir.

Burada "eşleme" sözcüğü eşlem (İng. *mapping*) sözcüğüne analojik olarak kullanılmıştır. Eşlemler kümeler üzerinde tanımlanır ve kendileri de kümedir. Ancak nesneler alanında, bir nesnenin parçalarını bir diğeriyle *gerçek anlamda* eşleriz. Burada "yordam" sözcüğünü çok genel bir anlamda kullanıyoruz. Nesneler birimler olarak alındığında, sayma bu tür bir yordamdır. Esasen işlem yöntemi değişiklik gösterebilir. Örneğin bize iki nesne topluluğu verilirse ve bunların eşsayılı olup olmadığına karar vermemiz istenirse, bir işleme göre bu topluluklara ait nesneleri eşleriz ve birebir bir biçimde eşlenip eşlenemediklerine karar veririz. *A posteriori* nesneler söz konusu olduğunda, tek bir anda (adımda) her bir topluluktan bir nesne seçeriz ve ayrı bir yere koyarız ve her iki topluluktaki nesne-

lerin de aynı adımda tükenip tükenmediklerine bakarız.[23] Sürekli dışsal parçaları olan nesneler söz konusu olduğunda ise geometrik yordamlara ihtiyaç duyarız. Bölüm 12.2.'de bu tür bir yordam örneği sunuyoruz.

Sonuç olarak, ontolojik bakımından eşsayılılık nesneler düzeyinde, kümelerden bağımsız olarak belirlenebilir. Bu belirlenim, sıral anlamda kavranılan doğal sayıları varsayar.

11.3. Geometrik Nesneler ve Eşsayılılık

Bu altbölümde eşsayılılığın noktalardan oluşan nesneler olarak geometrik nesnelere nasıl uygulanabileceğini tartışacağız. Örneğin iki eşmerkezli çember C-I ve C-II olsunlar. C-II'nin çapı daha büyük olsun ve bizde söz konusu bu iki çemberin eşsayılı olup olmadığı sorulsun. Bu durumda, büyük çemberin bir yarıçapını dikkate alıp bu doğru parçası üzerinden bir döndürme işlemi tanımlayabiliriz. Söz konusu döndürülen doğru parçası C-I ve C-II üzerindeki noktaları birebir surette birbirine eşler. Bu itibarla, C-I ve C-II eşsayılıdır deriz.

Şu âna kadar elde ettiğimiz sonuçları şu şekilde özetleyebiliriz:

1. Kümeler ve matematiksel nesneler (ve nesnelerin oluşturduğu çoklular) farklı ontolojik düzeylere aittirler ve ontolojik bakımdan matematiksel nesnelerin önceliği bulunmaktadır.
2. *A priori* nesneler olarak sayılar ve noktalar, kendi üzerlerinde tanımlanan kümelerden bağımsız olarak vardırlar. Özgül örnekler vermek gerekirse: Bir doğal sayı bir nesnedir; bir nokta bir nesnedir; sonlu bir doğru parçası (sonlu sayıda adımda sadece cetvel ve pergel vasıtasıyla inşa edildiği ölçüde) bir nesnedir.[24]

---

23 Ancak daha önce de savunduğumuz gibi, bu tür her bir yöntem, eğer biçimselleştirilirse, doğal sayıların sırasına dayanmak durumundadır. Esasen bu nokta bize doğal sayılar ile kümelerin aynı ontolojik alanda yer almadıklarını gösteren bir başka kanıt sunmaktadır.

24 Nesne çoklularının tam bir nitelendirmesini (İng. *characretization*) Bölüm 12.1'de veriyoruz.

Şimdi matematiksel nesneler ile kümeler arasındaki bağıntı hakkında bir noktaya işaret etmek istiyoruz: Bir küme bir matematiksel nesneyi ancak ve ancak nesnenin her bir parçası için bir ve yalnız bir elemanı haiz ise ***nicel olarak temsil eder***. Benzer biçimde, bir küme bir nesne topluluğunu ancak ve ancak topluluktaki tüm nesneleri ayrı ayrı nicel olarak temsil ediyorsa, nicel olarak temsil eder. Nesneleri ve nesne topluluklarını nicel olarak temsil eden kümelere *hakiki* (İng. *proper veya genuine*) kümeler adını veriyoruz.

Bir birim olarak düşünülen her nesne kendi kendisinin bir parçasıdır. Bir başka deyişle, her bütün kendi kendisinin bir parçasıdır. Eğer bir nesne (bir doğal sayı ya da bir nokta gibi) parçası olmayan basit bir birlik ise nicel temsil etme bağıntısı sağlanır ve söz konusu küme sadece o nesneye karşılık gelen bir eleman içerir.

Nicel temsil etmeye bir örnek olarak, sonlu bir doğru parçasını temsil eden gerçel sayılar kümesi verilebilir. Gerçel sayılar ve sonlu doğru parçasının noktaları birebir eşlenebilir. Bu itibarla, gerçel sayılar kümesi hakiki bir kümedir. Benzer biçimde gerçel sayıların kapalı bir aralığında yer alan elemanlar da hakiki bir küme teşkil ederler. İkinci büyük tek doğal sayı kümesi, {3} de hakiki bir kümedir, çünkü basit bir nesne olarak Üç sayısını içerir.

Burada bir kümenin sayallığının, temsil ettiği nesnelerin sayallığı tarafından belirlendiğini iddia ediyoruz. Bu nokta **SV**'nin ispat edilmesi için son derece önemlidir. İspatımızda, ontolojik bakımdan temel sayallara sahip ontolojik bakımdan temel çoklular olduğunu ve hakiki-olmayan kümelerin mevcut olmadığını iddia edeceğiz. Ancak ispata girişmeden önce, bir soruyu cevaplamak durumundayız: Nesne düzeyinde kaç farklı çoklu mevcuttur? Bu soruyu şu şekilde cevaplayacağız: Çoklular nesnelerden oluşur. Nesnelerin kuruluşunda iki temel ilke (yani Bir'in ve Sıfır'ın görüsel izleri) bulunduğu için, çokluların kuruluşunu bu iki ilke itibariyle ele almak durumundayız. Şimdi bu düşünüş çizgisini takip edelim. Bu çizgi bize **SV**'yi ispat edebilme imkânı vermektedir.

12

Sürey Varsayımı'nın İspatı

Özet

Bu bölümde, iki farklı cihetten ele alındığında nesnelerin iki farklı çoklu oluşturduklarını ve söz konusu bu iki çoklunun bize temel iki sonsuz sayalı verdiğini öne sürüyoruz: $\aleph_0$ ve **c**. Daha sonra, bu ontolojik çözümlemeden hareketle, Sürey Varsayımı'nın bir ispatını veriyoruz. Söz konusu ispatı çözümleyerek, ispatın küme kuramında (ZFC) veya küme kuramının herhangi bir uzantısında temsil edilemeyen bir varsayıma dayandığını gösteriyoruz. Son aşamada, "saf matematik"in mahiyetini ve seçim aksiyomunun kullanımına getirdiğimiz bir sınırlamayı ortaya koymaya çalışıyoruz.

12.1. Ontolojik Bakımdan Temel Çoklular

Bir birlik olması itibariyle herhangi bir nesne hem Bir'in hem de Sıfır'ın görüdeki izini haizdir. Bir nesnenin Bir ve Sıfır'ın

görüsel izlerini haiz olması demek, söz konusu nesnenin kuruluşunda *a priori* nesneler olarak Bir ve Sıfır kavranıldığı için o nesne *orada vardır* demektir. Bir nesne bir birlik ise, Sıfır'ın görüdeki izi olan boşluk ilkesi vasıtasıyla diğer mümkün nesnelerden ayrılmış demektir. Ayrıca bir nesne bir birlik ise içinde bu anlamda bir boşluk barındırmıyor demektir. Bir başka deyişle, bir nesne bir birlik olması itibariyle parçalara ayrılamaz. Bu, nesnenin dışsal parçaları olmayacağı anlamına gelmez. Ancak nesnenin birliği bu parçaları aşar. Nesne ontolojik olarak parçalarına önceliklidir. Eğer bir nesnenin boşluk içermesinden söz ediliyorsa, iki olarak düşünülebilir demektir ki o zaman nesne olarak birliğini kaybetmiştir. Dolayısıyla biz bir nesneyi iki farklı cihetten/bakış açısından ele alabiliriz: birlik olması itibariyle nesne olarak ve (parçaları bakımından kendi içerisinde bir boşluk içermeyen) bir bütün olması itibariyle nesne olarak.

Öte yandan, basit (dışsal) parçası olan ve olmayan nesneleri birbirinden ayırt ederiz. Bu suretle iki farklı çoklu ortaya çıkar. Biz bu çoklulardan ilkini, basit parçaları olan ve boşluk içermeyen bütünlerden oluşan nesnelerin çoklusu, M_v, olarak, ikincisini, basit parçaları olmayan birimlerden oluşan nesnelerin çoklusu, M_u, olarak adlandırıyoruz. (Burada basit bir parçayla örneğin tek bir noktayı anlıyoruz ve örneğin bir aralığı kastetmiyoruz.)

M_u saf görüde birimler üzerinde tasarruflarımız üzerinden inşa edebildiğimiz tüm nesneleri kapsamaktadır. Bir başka deyişle, biçimsel bir dizge içerisinde sonlu adımda inşa edilebilen tüm büyüklükler M_u çoklusunu oluşturur. M_v ise saf görüde yanyanalığa tabi birimler üzerinden sonlu sayıda adımda inşa edebildiğimiz tüm nesneleri kapsamaktadır. Bir başka deyişle, saf görüde geometrik olarak inşa edilebilen tüm büyüklükler M_v çoklusunu oluşturur.

Bir nesne M_u'ya ait ise bir birim olarak telakki edilebilir. Birim olmak belirlenmiş ve dolayısıyla sonlu olmayı gerektirir. Bir nesnenin, tanımlanabilir sayılarda olduğu gibi, sonlu

işaret dizileriyle ya da inşa edilebilir[25] sayılar ve noktalarda olduğu gibi sonlu bir yönerge vasıtasıyla bir nitelendirmesini verebilirsek, böyle bir nesne M_u'nun bir parçasıdır. Burada altı çizilmesi gereken nokta, söz konusu nesnelerin, birimler üzerinde icra edilen sonlu sayıda işlem sonucunda elde edilebilir olmalarıdır. Bu itibarla, söz konusu işlemlerin bütünü de bir birim olarak düşünülebilir. M_u'yu nicel olarak temsil eden küme, M_u'nun elemanlarını sonlu işaret dizilerini kullanarak yakalayabildiğimiz tanımlanabilir sayılar kümesidir. Bir başka deyişle, M_u'nun elemanlarını tanımlayan önermeleri sonlu işaret dizileriyle temsil edebiliriz. Bu sonlu işaret dizileri, birimler olarak telakki edilen işaretlerin sonlu bir kümesinin sıraya dizilmesiyle kurulur. (İnşa edilebilir sayıların tanımlanabilir [İng. *definable*] sayıların bir altkümesi olduğunu burada hatırlatalım.)

M_v'yle ilgili konulara geçmeden önce, doğal sayılar kümesinin kendisinin ya da doğal sayılar kümesinin herhangi bir sonsuz altkümesinin (ve genel olarak sonsuz sayılabilir herhangi bir kümenin) nicel olarak M_u'ye ait nesneler topluluğunu temsil ettiğini belirtelim. Şimdi M_v'ye ait nesneleri dikkate alalım.

Bir nesne, içinde bir boşluk içermeyen ve basit parçalardan mürekkep bir bütün olması itibariyle M_v'ye aittir. Bu durumda nesneleri dışsal parçaları bakımından dikkate alırız. Söz konusu nesneler basit parçalar olarak noktalardan oluşur. Ancak noktaların herhangi bir topluluğu M_v'ye ait bir nesne değildir. Böyle bir topluluğun bir nesne olabilmesi için bir birim olarak telakki edilebilmesi gerekir. Cetvel ve pergelle çizilebilen şekillerde olduğu gibi bir nesnenin nitelendirmesini sonlu sayıda işlemde verebiliyorsak, bu nesne M_v'ye ait olabilir. Ayrıca bir nesne ancak söz konusu nesnenin parçalarına bölünmesi bir boşluğun ortaya çıkmasını içermiyorsa M_v'ye ait olabilir. Fakat burada sözü edilen ***"süreklilik"***'ten başka bir şey değildir. Bir nesne olarak sonlu bir doğru parçasını seçelim. Böyle

25 Burada "inşa edilebilir olan" ile "bir cetvel ve pergel ile sonlu sayıda adımda inşa edilebilir olan" kastedilmektedir. Cetvel birimlerin eğilip bükülemezliğini (İng. *rigidity*), pergel ise birimlerin üretilmesini ve nakledilmesini temin etmektedir.

bir doğru parçası ancak ve ancak sürekli ise M_v'ye aittir. Böyle bir nesneyi nicel olarak temsil eden kümenin Dedekind kesikleriyle karakterize edilmesi gerektiğine dikkat ediniz. Dolayısıyla gerçel sayılar kümesi M_v'ye ait bir nesneyi nicel olarak temsil edebilir.

Bunu bizim çerçevemiz içerisinde kolayca gösterebiliriz: a ve b gerçel sayılar olsunlar. $a \neq b$ olsun. $(-\infty,a)U(b,+\infty)$ bileşkesinin gerçel sayıların tamamını içerdiğini varsayalım. $a \neq b$ olduğundan, her zaman öyle bir c gerçel sayısı vardır ki $a < c < b$ eşitsizliğini sağlar. c, $(-\infty,a)U(b,+\infty)$ bileşkesinin bir elemanı değildir. Dolayısıyla $(-\infty,a)U(b,+\infty)$ bileşkesi gerçel sayıların tamamını içeriyor olamaz. Bunun anlamı a ve b'yle temsil edilen noktaları birbirinden ayıran bir boşluğun bulunması olduğundan $(-\infty,a)U(b,+\infty)$ bileşkesi M_v'ye ait olamaz. Aslında, M_v'ye ilişkin tanımımıza göre, gerçel sayıların sonlu bir aralığına ait elemanların bir kümesi M_v'ye ait bir nesneyi niceliksel olarak temsil eder. Çünkü bu tür bir küme Dedekind kesikleriyle karakterize edilir ve temsil ettikleri nesnelerin parçaları arasında bir boşluk olmasına izin vermezler.

SV'nin ispatına devam etmeden önce, M_v'ye ait bir nesneyi nicel olarak temsil eden bir kümenin süreyin gücüne sahip olduğunu belirtmeliyiz. Bu şüphesiz matematiksel olarak ispatlanabilirdir ve ispatlanmıştır. Biz burada bu olgunun ontolojik bir gerçeklemesini sunacağız. Tikel nesnelerin birbirinden ayrılmasının ontolojik ilkesi olarak boşluğu takdim etmek herhangi iki tikel nesne bir ve aynı ilke tarafından özdeşliği haiz boşluk tarafından ayrılıyor demektir. Bu olgu M_v'ye ait bir nesnenin parçalarına da uygulanabilir. Varsayalım ki o_1, M_v'ye ait bir nesne olsun. o_1'e ait iki parça ise p_1 ve p_2 olsunlar. $p_1 \neq p_2$ olduğu için p_1 ve p_2 bir boşlukla ayrılır. Ancak bu ilk varsayımımızla, yani o_1'in M_v'ye ait olduğu varsayımıyla çelişiyor görünmektedir. Bu sorunun çözümü Bölüm 9'da (Altbölüm 9.5.) ontolojik uzayın doluluğuna ilişkin ortaya koyduğumuz akıl yürütmeyle aşılabilir. Sorunu çözmenin bir yolu, M_v'ye ait bir nesnenin parçaları olmadığını iddia etmektir. Ancak bu, çokluyu tamamen ortadan kaldırır. Bir başka çözüm daha bulunmaktadır ve bu çözüm M_v'nin tanımına içkindir:

M_v tek bir çokludur öyle ki:

1. Bir nesneye ait karşılıklı olarak birbirini dışlayan herhangi iki basit parça boşluk ilkesi tarafından ayrılır.
2. Basit parçaların arasında yer alan boşluk diğer parçalar tarafından tam olarak doldurulur.
3. Herhangi iki basit parça arasındaki parçanın büyüklüğü her durumda bir ve aynıdır ve süreyin büyüklüğüne eşittir.

Bir başka deyişle, M_v'ye ait nesnelerin parçaları düşüncede ayrılabilir, ancak nesnenin kendisi parçaları itibariyle doludur. Bu anlamda M_v'ye ait herhangi bir nesnede boşluk yoktur.

12.1.1. Küme, Matematiksel Nesne ve Doğal Sayı

M_u ve M_v çoklularında içerilen nesnelerin inşa edilebilmesi saf görüyü varsayar. Saf görünün inşası için daha önce gösterdiğimiz gibi doğal sayıların sırasına ve Bir, İki ve Üç'ün görüdeki izlerine ihtiyaç vardır.

Bölüm 11'de nicel temsil etme bağıntısını tanımlamıştık. Kümeler, söz konusu çoklulardaki nesneler, yahut bu nesnelerin unsurlarının nicel olarak temsili üzerinden kurulurlar. Kümeler vasıtasıyla kurulan diğer kümeler, nesnelere bu itibarla dayanan kümeleri varsaymak durumundadır. Nesneler ve nesnelerin çokluları olmaksızın kümelerden söz edemeyiz. Söz konusu nesnelerin inşasını doğal sayıların mümkün kıldığı dikkate alındığında, doğal sayıların ontolojik bakımdan hem inşa edilen matematiksel nesnelere hem de kümelere neden önceliği olduğu daha açık biçimde görülür.

Şimdi matematiksel nesnelerin kümeler vasıtasıyla nicel olarak temsil edilmesine dair önemli bir noktanın altını çizmek istiyoruz. Daha önce ifade ettiğimiz gibi, küme bir tümel nesnedir. Tümel nesne ancak kuvve halinde (fiili olmayan) bir görüsel karşılığın unsurlarını içsel bir surette bir arada tutarak tikel nesneyi kurar. Tikel nesnenin birliği üzerinden de görüsel karşılığı bireyselleştirerek fiili hale getirir. Bu suretle biz görüsel karşılıkları düşünceye konu ederiz. Matematiksel

nesneler (saf görüde inşa edilebilen nesneler) söz konusu olduğunda da durum esasen farklı değildir. Sadece söz konusu nesnelere ve bu nesneler üzerinden idrak edilen matematiksel nesnelere inşa mekânı olan saf görü üzerinden dolaysız bir temasımız vardır. Ancak bir kümenin kurulması üzerinden söz konusu matematiksel nesnelerin ve unsurlarının düşünceye konu edilmesi süreci tikel *a posteriori* nesnelerle aynı omak durumundadır.

Kümeler,

1. Biçimsel bir dizge içerisinde inşa edilebilen nesneleri ve
2. Geometrik olarak inşa edilebilen nesneleri

düşünceye fiili olarak konu etmemizi sağlarlar.

Bir küme, söz konusu matematiksel nesnelerin ya da unsurlarının belli bir cihetten içsel olarak bir birlik içerisinde tutulması suretiyle inşa olunur. Her bir küme, tümel bir nesneye içsel olarak ait bulunan tikel bir nesnenin tesis ve idrak edilmesine dayanır. Söz konusu tikel nesne vasıtasıyla, yukarıda ifade edilen çoklulara ait matematiksel nesneler ve bu nesnelere ait unsurlar kümenin elemanları olarak fiiliyet kazanırlar. Bir başka deyişle, tikel *a posteriori* nesnelerin görüsel karşılıkların terkip ve idraki üzerinden tesis olunmasına benzer bir biçimde kümeler saf görüde inşa edilebilen matematiksel nesnelerin kümeye ait elemanlar olarak bireyselleştirilmesi üzerinden kurulurlar.

Saf görü mekânında mevcut olan bir matematiksel nesnenin eksikliğinden ya da bir süreç içerisinde parçalarının tamamlanmasından söz edilemez. İnşa edilen nesne Aristoteles'in hareket (*Yun. kinesis*) kavramıyla anlatmaya çalıştığı gibi bir hareketin sonunda değil, fiili varlık (*Yun. energeia*) kavramıyla anlatmaya çalıştığı gibi harekete mündemiç olarak mevcuttur. Biz görünün imkânları içerisinde bir hesaplama yaparken ya da geometrik bir çizim yaparken bir matematiksel nesneyi var kılmayız. Matematiksel bir nesnenin bir özellemesini inşa ederiz. Saf görüde inşa edilebilen nesnelerin, bu itibarla, görü içerisinde özellemeleri inşa edilebilen nesneler olmaları, birer nesne olarak varlıklarını söz konusu özellemeye borçlu olduk-

ları anlamına gelmez. Matematiksel nesneler bireysel bütünler olarak saf görüde mevcutturlar. Söz konusu bu nesneler ya da unsurları kümelerin tesisi üzerinden fiili olarak düşünceye konu edilirler. Söz konusu her bir nesne veya unsura küme içerisinde bir eleman karşılık getirilir.

Hatırlanacağı üzere, aklın transandantal etkinliğinin şemasını *ardarda birimlerin, ardardalıktan bağımsız haldeki terkibinin (yani ardardalığı aşarak terkip edilmesinin) birliği* olarak ifade etmiştik. Kümenin elemanlarını içermesi, muhayyilenin bu şema vasıtasıyla gerçekleştirdiği bir canlandırma faaliyeti sonucunda ortaya çıkar. Bir kümenin elemanlarını biçimsel gösterimde iki küme parantezinin arasında virgüllerle ayırarak ve ardardalıktan bağımsız olarak temsil etmemizin arkasında bu canlandırma faaliyeti yatmaktadır.

Biçimsel bir dizge içerisinde inşa edilebilen nesneler M_u çoklusunu, geometrik olarak inşa edilebilen nesnelerin parçaları M_v çoklusunu oluşturur. Bu manifoldlara ait nesneleri kümeler filli olarak temsil eder. Bir küme, varlığını nicel olarak temsil ettiği nesneye borçludur. M_u ve M_v'den gayrı bir çoklu yoktur ve bu olgu Sürey Varsayımı'nın temelinde yer alır.

12.1.2. Çoklular ve Sayallar

Şimdi çoklular ve ilgili sayallar hakkında bazı saptamalar sunmak istiyoruz:

1. M_u'ya ait nesnelerin tamamının basit parçaları olmayan bireylerden oluştuğuna dikkat ediniz. M_u'ya ait her bir nesne sayalı 1 olan bir küme tarafından nicel olarak temsil edilebilir.
2. M_u'ya ait bireysel nesneleri veya bu bireysel nesnelerin sonlu bir topluluğunu nicel olarak temsil eden her küme sonlu bir sayala sahiptir.
3. Ne M_u ne de M_v sonsuz bir nesne içerir. Öte yandan M_v'ye ait bir nesnenin unsurlarını (basit parçalarını) nicel olarak temsil eden kümeler sonsuz kümelerdir. Esasen bu olgu sonsuzlukla ilgili sezgilerimize uygundur.

Örneğin (gerçel uzayda mevcut) sonlu doğru parçaları, sonsuz sayıda noktayı dışsal parçaları olarak haizdir.

4. M_u'da sonsuz bir nesne bulunmamaktadır. Bu, M_u'ya ait nesnelerin sonsuz toplulukları olmayacağı anlamına gelmez.
5. Doğal sayılar kümesi M_u'ya ait tüm nesneleri nicel olarak temsil eder. Doğal sayılar kümesinin sayalı $\aleph_0$'dır (alef sıfır).
6. M_u'ya ait olan (bu itibarla da sonlu olarak tanımlanabilen) nesnelerin tümünü nicel olarak temsil eden her bir kümenin sayalı $\aleph_0$'dır.
7. Sonlu olarak tanımlanamayan sayılar (cüzi bir kısmı hariç tüm transandantal sayılar) M_u'ya ait değildir. M_v'ye ait nesnelerin unsurlarını nicel olarak temsil eden bir küme sadece tanımlanlanabilen sayılardan oluşamaz. Çünkü tanımlanabilen sayıların oluşturduğu çoklu boşluk içerir. M_v'ye ait nesnelerin unsurlarını nicel olarak temsil eden bir küme tanımlanabilir olanların dışında sayılar içermelidir. Böyle sayıların tam bir açıklamasını vermek cebirsel dizgelerin inşasında sonsuzluğun işlevinin açıklığa kavuşturulmasını gerektirir. Bu tür sayıların kendi başına ve kümelerden bağımsız olarak var olup olmadıkları açık bir sorudur. Öte yandan, bu sorunun cevaplanması Sürey Varsayımı hakkında öne süreceğimiz ispat bakımından bir önem taşımamaktadır.
8. M_v'ye ait herhangi bir nesnenin unsurlarını/parçalarını nicel olarak temsil eden kümenin sayalı **c**'dir, yani süreyin sayalıdır.
9. M_u'ya ait tüm elemanları nicel olarak temsil eden ve sonlu olarak tanımlanabilen nesnelerin kümesinin güç kümesini dikkate alalım. Bu kümenin sayalı, süreyin sayalı olan **c**'dir.
10. M_v'ye ait nesnelerin tümünü nicel olarak temsil eden kümenin sayalı, süreyin sayalı olan **c**'dir.
11. **1**, **2**, **4**, **8** ve **10** numaralı saptamaların ışığında, sonlu sayallar, $\aleph_0$ ve **c** ontolojik olarak temeldir deriz.

12. Bu iki temel çokluyu nicel olarak temsil eden sonsuz kümelerin güç kümeleri vasıtasıyla elde edilen *türetilmiş* sonsuz sayallar mevcuttur. Türetilmiş sonsuz sayallar güç kümelerini kullanarak *ad infinitum* elde edilebilirler. (Ancak güç kümelerinin hangi yolla nesnelerle bağıntılı kılınabilecekleri bir açıklama gerektirir. Bu sorunu aşağıda **Sonuç 2**'nin ispatında ele alıyoruz.)

Saptama 11'de ifade edildiği üzere, ontolojik bakımdan temel sayalların bulunması, $\aleph_0$, **c** ve güç kümeleri vasıtasıyla elde edilenler hariç, bir sonsuz sayal olamayacağını gerektirir. **Bölüm 12.2.**'de bunun neden böyle olduğunda dair bir ispat/kanıtlama sunacağız. İspat oldukça basit bir fikre dayanmaktadır: Eğer $\aleph_0$ ve **c**'den başka bir sayala sahip, nicel olarak temsil edici bir kümeyi mümkün kılan başka bir temel çoklu yok ise, $\aleph_0$ ile **c** arasında bir başka sonsuz sayal bulunmadığı sonucuna varabiliriz; yani **c**=$\aleph_1$'dir. Bunun anlamı, Sürey Varsayımı'nın doğru olmasıdır. Dikkat edilirse, biz burada, **SV**'den daha güçlü bir savı, daha başka bir temel çoklu bulunmadığı savını ispatlamayı vaat ediyoruz. Bu sonuç, türetilmiş sonsuz sayalları elde etmenin tek yolunun güç kümelerini inşa etmek olduğu olgusuyla birleştirilirse, Genelleştirilmiş Sürey Varsayımı'nın de bir ispatı olacaktır. Şimdi bu sonucu nasıl elde edeceğimizi görelim.

İspatımız için önem taşıyan vakalar, "doğal sayıların tüm sonsuz altkümelerinin sonsuz bir özaltkümesi" ile "M_v'ye ait herhangi bir nesnenin parçalarını nicel olarak temsil eden bir kümenin sonsuz özaltkümeleri" olmak durumundadır. Böyle bir kümenin $\aleph_0$ ve **c**'den farklı bir sonsuz sayala sahip olup olmadığını bilmiyoruz. Şimdi böyle bir küme olmadığını göstereceğiz.

12.2. Sürey Varsayımı'nın İspatı

SV'nin ispatını aşağıdaki şu önermenin bir sonucu (İng. *corollary*) olarak sunacağız:

ÖNERME_1. M_u ve M_v'den başka ontolojik bakımdan temel bir başka çoklu bulunmamaktadır.

ÖNERME_1.'in İSPATI. S_x, sayalı δ olan sonsuz bir küme olsun ve δ, ne $\aleph_0$ ne de **c** olsun. Şu âna kadar sunduğumuz on-

tolojik arkaplanı dikkate alarak, S_x'in nasıl bir nesneyi (ya da nesneler topluluğunu) nicel olarak temsil ettiğini soralım. İlk olarak S_x ne M_u'ya ne de M_v'ye ait nesne topluluklarını nicel olarak temsil eder. Eğer temsil ederse, sayalı $\aleph_0$ veya **c** olmak durumundadır.

Fakat ya S_x tarafından temsil edilen bir nesne varsa? Böyle bir olasılığı dikkate almak durumundayız. Eğer böyle bir küme varsa, bizim anladığımız anlamda standartlara uygun bir nesne (ya da nesne topluluğunu) nicel olarak temsil etmiyor olmalıdır. Bu durumda, belki bizim nesne anlayışımız hatasız ve kuşatıcı değildir ve bu anlayışı gözden geçirmemiz gerekebilir. O zaman, sayalı δ olan sonsuz küme S_x'in varlığı nesneler bakımından ne ifade eder? Bu düşünce çizgisini izlemeye devam edelim.

İspat için gerekli ana adım şu şekilde ifade edilebilir: S_x kümesinin varlığı, herhangi iki nesnenin *nitel derecelere izin veren* bir ilkeyle birbirinden ayrıldığı bir çoklunun varlığını gerektirir. Bir başka deyişle, ayırma ilkesi boşluk (ve sevkedici düşünme düzeyinde çelişmezlik ilkesi) değil, fakat karşıtlarda olduğu gibi orta terimleri kabul eden bir başka ilkedir. Eğer ayırma ilkesi boşluk olursa, telakki edilen nesneler ya M_u'ya ya da M_v'ye ait olur. Şimdi bu iddianın ne anlama geldiğini daha yakından inceleyelim.

S_x'in sayılabilir olmadığını biliyoruz. Eğer sayılabilir olsaydı, M_u'ya ait bir nesne ya da nesne topluluğu olurdu. S_x'in M_v'ye ait bir nesneyi nicel olarak temsil eden hakiki bir kümeyi bir altküme olarak içeremeyeceğini de biliyoruz. Eğer içerseydi, S_x'in sayalı en az süreyin sayalı olan **c** olurdu. Bunun anlamı, S_x'in temsil ettiğini varsaydığımız nesnenin hiçbir surette sürekli doğru parçaları içermemesidir.

S_x'in betimlediği herhangi bir nesne herhangi iki parçası arasında boşluğa sahip olmalıdır. Böyle bir nesnenin *sayılamaz ama ardarda*[26] *ayrık parçalar* içermesi gerektiğini söyleyebi-

26 Bu durumda "ardışık"la neyi kastettiğimizi açmaya çalışalım. Belli bir yönde, bir doğru parçası üzerinde her bir unsurun bir ardışığı olduğunu söylüyoruz. Gerçel bir doğru parçasında bir noktaya en yakın belli bir noktanın olduğunu söyleyemeyiz. Eğer Sürey Varsayımı doğru olsaydı, bir nesnenin ardışık un-

liriz. Sezgisel olarak, S_x gibi bir küme tarafından nicel olarak temsil edilen böyle bir nesnenin sonsuzca genişletilebilir ve sıkıştırılabilir olduğunu söyleyebiliriz. Bununla neyi kastettiğimizi açmaya çalışalım.

S_x kümesi tarafından nicel olarak temsil edilen noktaları içeren bir doğru parçasını dikkate alalım. Böyle bir doğru parçasından nasıl bahsedebildiğimiz sorulabilir. Böyle bir doğru parçasını gerçel düzlemde[27] bulunan bir doğru parçasına gömülü (İng. *embedded*[28]) olarak düşünebiliriz. Daha sonra şu düşünce deneyini yapabiliriz: Gerçel düzlemdeki bu doğru parçasını dikkate alalım. Böyle bir doğru parçası gerçel sayılar kümesi, **R**, tarafından temsil edilebilirdir. S_x gerçel sayılar kümesinin bir altkümesi olduğu için gerçel sayıları doğru parçasındaki noktalara eşlediğimizi, daha sonra S_x kümesinde bulunmayan elemanlara karşılık gelen noktaları elediğimizi, bu suretle de M_x çoklusuna ait bir o_x nesnesini elde ettiğimizi varsayabiliriz. (Esasen bu yöntemi geçici olarak öneriyoruz. Aşağıda bu tür nesneleri inşa etmek için bir başka yöntem önereceğiz.) İlkesel olarak, böyle bir nesneyi, herhangi bir uzunluktaki bir gerçel doğru parçasına gömülü olarak düşünebiliriz. Bu suretle o_x nesnesinin parçalarını istediğimiz gibi genişletebilir ve sıkıştırabiliriz. Böylece, M_x'e ait istediğimiz sonlu uzunlukta doğru parçaları elde edebiliriz.[29]

---

surlarının her birinin bir boşlukla diğerinden ayrıldığını öne süren bir varsayımı kabul etmek, söz konusu nesneyi nicel olarak temsil eden kümenin sayılabilir sonsuz olmasını gerektirirdi. Ancak biz burada M_u ve M_v'den farklı bir çoklunun bulunup bulunmadığını sorguluyoruz. Bir başka deyişle, eğer böyle bir çoklu var ise, ardışık olarak ayrılmış unsurlardan oluşan bir nesne sayılabilir sonsuz bir kümeyi gerektirmeyebilir. Burada dikkat edilmesi gereken bir başka husus da şudur: Böyle bir çoklu var ise ve Sürey Varsayımı'nın yanlışlığı ispat edilirse, ardışıklık kavramımızın da bir değişikliğe uğraması zorunlu hale gelecektir.

27 "Gerçel düzlem"le, sürekli doğru parçalarının mevcut olduğu düzlemi kastediyoruz.

28 "Gömülü" ifadesiyle gerçel doğru parçasına ait noktaların bir topluluğunun M_x'e ait bir nesneyi kurabileceğini kastediyoruz.

29 Böyle bir işlem M_v'ye ait nesnelere uygulanamaz. Bunun nedeni, bu çokluya ait nesneleri nicel olarak temsil eden kümelerin Dedekind kesikleriyle nitelendirilmeleridir: Noktalar arasında bir boşluk bulunmamaktadır.

Şimdi o_x'in nasıl bir nesne olduğunu anlamaya çalışalım. Yukarıda ifade ettiğimiz biçimde genişleterek ve sıkıştırarak elde ettiğimiz **M_x'e** ait doğru parçaları, çok özel bir anlamda "özdeş" kalmaya devam ederler. Nicel olarak, yani parçalarının sayısı bakımından, bu doğru parçaları eşsayılı gibi görünmektedir.[30] Diğer taraftan, M_x'e ait başka herhangi bir nesne gibi, aşağıda betimlediğimiz biçimde "nitel dönüştürmelere" (İng. *qualitative transformation*) uğrayabilirler:

M_x'e ait, farklı gerçel doğru parçalarına gömülü, iki nesne o_1 ve o_2 için, "o_1, o_2 değildir ve o_2, o_1 değildir" *yerine,* "o_1 nitel bir dereceye kadar o_2 değildir ve o_2 nitel bir dereceye kadar o_1 değildir" deriz.

Bunun anlamı, *nitel derecelere izin veren* bir ayırma ilkesine tabi nesnelerin oluşturduğu bir çokluya sahip olduğumuzdur. Esasen böyle bir çoklunun *nitelik* mefhumuna dayanan bir çoklu olduğunu söyleyebiliriz.

o_1 ve o_2 nesneleri arasındaki bağıntıyı aşağıdaki özdeşlikle açıklayabiliriz:

$o_1 = d_{12} * o_2$

Bu özdeşlikte d_{12} nitel bir dereceyi gösteren bir parametredir, öyle ki bu parametre "*" işlemi o_2 nesnesine uygulandığında o_2 nesnesini o_1 nesnesine özdeş kılar. İlk olarak, bu özdeşlikte o_1 ve o_2 nicel olarak aynı görünmektedir. İkinci olarak, "*" nitel bir işlemdir ve "d_{ij}" değişken değerler alır. Eğer işlem sadece nicel terimlerle tanımlanırsa, o_1 ve o_2 boşluk ilkesiyle ayrılmış ve nicel bir işlemle ilişkilendirilmiş olur. Dolayısıyla M_x söz konusu olduğunda, çoklunun unsurları arasındaki bağıntıların nitel olabilmesi için nitel işlemler ve parametrelerce oluşturulan inşaları *nesnel* kabul etmek durumundayız.[31]

---

30 M_x söz konusu olduğunda tutarlı bir eşsayılılık anlayışına sahip olmak mümkün olamamaktadır. Bu nedenle burada "görünmektedir" ifadesini kullanıyoruz.

31 M_x'teki her bir nesne bir diğerine nitel bir dereceye kadar özdeş midir? Bu sorulmaya değer bir sorudur. Aslında, böyle olmak durumundadır. Ancak bunun gösterilmesi, bu çoklu içerisinde gerçekleştirilebilecek dönüştürmelerin (transformasyonların) kapsamlı bir topolojisinin yapılmasını gerektirir. Öte yandan, böyle bir çoklunun varlığının belli tutarsızlıklara yol açtığının gösterilmesi için böylesine güçlü bir sonuca ihtiyacımızın bulunmadığını düşünüyoruz.

"Nitel işlem"le neyi kastettiğimizi açıklığa kavuşturabilmek için böyle nitel inşalar yapan bir işlemci takdim edeceğiz. Varsayımsal bir makine tasarlayalım ve adına Sabit Hızlı Çizim Makinesi (SHM) diyelim. SHM, sabit hızda hareket ederek gerçel düzlemde çizgiler ve çemberler çiziyor olsun. Çemberler söz konusu olduğunda, makinenin bir iple sabit bir noktaya bağlandığını ve sabit bir hızda hareket ettiğini düşünebiliriz. Bu makinenin düzgün bir doğru üzerinde hareket ettiğini ve 1 birim uzunluğunda sonlu bir doğru parçası çizdiğini düşünelim. Eğer makineyi sabit bir nokta etrafında hareket ettirir ve daha önce çizilen 1 birimlik doğru parçasını çap olarak kabul eden bir çember çizmesini istersek π birim zamanda, π uzunluğunda bir çember çizecektir. Dolayısıyla çapı çizmek için gerekli 1 birim zamana göre çemberi çizmek için gerekli zaman π birim zaman olacaktır. Şimdi birim çap üzerinde herhangi bir noktayı belirleyerek bu uzunluğu çizmek için gerekli zamanı belirleyebilir, bu zamanı kullanarak sabit bir noktadan başlayarak bu zaman içerisinde istediğimiz bir yayı çizebiliriz. Bu suretle, $[0, \pi)$ aralığındaki tüm noktaları makinemiz vasıtasıyla temsil edebiliriz ve $[0,1)$ aralığındaki tüm noktaları $[0, \pi)$ aralığındaki noktalara birebir eşleyebiliriz.

Şimdi makinemizi 1 birim uzunluktaki doğru parçası üzerinde çalıştırdığımızı, $[0,1)$ aralığında herhangi bir rastlantısal r_i noktasında durdurduğumuzu ve geçen süreyi t_i olarak belirlediğimizi düşünelim. Daha sonra çember üzerinde r_i'ye karşılık gelen noktayı bulabiliriz. Bunun için SHM ile r_i çaplı bir çember çizeriz ve bu çizim için gerekli süreyi, t_j, ölçeriz. Daha sonra 1 birim çaplı çemberde herhangi bir başlangıç noktası (SIFIR NOKTASI) seçeriz ve makineyi bu çember etrafında t_j süresince çalıştırırız. (Bu işlemler için saat kullanmamıza da gerek yoktur; iki SHM'den birini 1 birimlik doğru parçası üzerinde, diğerini 1 birim çaplı çember üzerinde eşzamanlı olarak da çalıştırabiliriz ve aynı anda durdurabiliriz.) SHM'nin t_j birim zamanın sonunda durduğu nokta r_j'ye birim çember üzerinde karşılık gelen noktadır. Bu suretle, toplamları 1 olan iki gerçel sayı ve toplamları π olan iki gerçel sayı çiftini temsil etmiş oluruz. $[0,1)$ birim aralığını $[0, r_i)$ ve $[r_i,1)$ aralıklarına,

birim çemberi de $[0, \pi^*r_i)$ ve $[\pi^*r_i, 1)$ yaylarına bölmüş oluruz. $[0, \pi^*r_i)$ yayına α_i ve $[\pi^*r_i, 1)$ yayına β_i diyelim.

Şimdi SHM'nin hızını rastlantısal bir biçimde herhangi bir sonlu büyüklüğe ayarlayabilir ve bu yolla istediğimiz büyüklükte doğru parçaları ve çemberler çizebiliriz. M_x'e ait nesnelere ilişkin mefhumumuza göre, SHM, nesneleri keyfi bir surette genişleterek ya da sıkıştırarak M_x'e ait nesneler inşa edebilir. Farklı büyüklüklere sahip iki çember M_v'ye göre iki farklı nesne olmak durumundadır. Oysa M_x'e ait o_1 ve o_2 nesnelerinin bu iki farklı çembere gömülü olarak var olduğunu kabul edersek, bu iki nesnenin yukarıda açıkladığımız anlamda özdeş olduklarını kabul etmek durumundayız. Bir başka deyişle, o_1 nitel bir dereceye kadar o_2 değildir. Sonuç olarak, M_x'e ait nesnelerin varlığı SHM gibi makinelerin büyüklükler inşa etmesine izin veren nitel bir ilkeye dayanmaktadır.[32]

Şimdi SHM'nin hangi zemine dayandığını açıklığa kavuşturmaya çalışalım. Böyle bir makinenin inşasında varsayılan bir aksiyomu dikkate almak istiyoruz. SHM gerçel uzunlukta doğru parçaları inşa etmekte ve bunları farklı uzunluktaki doğru parçalarına ya da çemberlere birebir eşleyerek dönüştürmektedir. Ancak bu dönüşümler "sabit hız" kavramını kullanarak yapılmaktadır. Burada kanıtlamamız için önemli olan nokta, "sabit" teriminin neleri içerdiğidir. Burada sabitlik, farklı değerleri alabilen bir değişkenin var olduğunu ima etmektedir. Böyle bir değişken sabit olmayan değerler de alabilir. Ancak burada sabit bir değer aldığı varsayılmıştır. Bu suretle bir doğru çizgi ya da çember üzerinde M_x'e ait nesneler inşa edebilmemiz ve onları birbirlerine dönüştürebilmemiz mümkün olmaktadır.

M_x'e ait nesnelerin özdeşliğiyle ilgili çözümlememizi tekrar dikkate alalım. Bir SHM tarafından çizilen yay parçalarının M_x'e ait nesneler olduğunu söyleyebiliriz. "*" işlemi unsurların bir SHM tarafından birbirine dönüştürülmesidir. "d_{12}" pa-

32 Bir noktanın bir açıklamaya ihtiyacı vardır. Nitel inşalar yapabilmenin çok farklı yöntemleri elbette ki bulunabilir. Ancak bir dizge içerisinde nitel inşalara izin verildiği takdirde, SHM gibi bir makinenin kuruluşuna da izin verilmiş olur.

rametresi ise SHM'nin sabit hızının bir fonksiyonudur. Sonuç olarak bu yay parçalarını M_x'e ait nesneler olarak kabul edebiliriz.

SHM nihai olarak şu aksiyomun kabulüne dayanmaktadır: Nitel inşalar, yani nitel dereceleri kabul eden inşalar vardır.[33] Böyle inşalar nesnel olarak kabul edilir. Ancak bu inşalar ne anlamda nesneldir? Böyle bir çoklunun tutarlı bir surette var olduğunu söyleyebilir miyiz? Biz burada olamayacağını savunacağız ve bu amaçla üç farklı kanıtlama sunacağız.

Büyüklükler kanıtlaması

C-I ve C-II, farklı büyüklükte iki çember olsun ve iki farklı SHM tarafından, SHM-I ve SHM-II, verili bir birim uzunluğa ve birim zamana göre M_x'e ait olacak şekilde çizilmiş olsunlar. CSM-I ve CSM-II, sırasıyla s_1 ve s_2 hızlarında, $s_1 = 2*s_2$, olacak şekilde çalışsınlar. (Burada zamanı ve hızları sürekli ve gerçel sayılar kümesince nicel olarak temsil edilebilir kabul edebiliriz.) M_x'e ait nesnelerin kuruluşları itibariyle, bu iki çember *özdeş* olmak durumundadır. Çemberlerden biri diğerine göre daha geniştir (ya da daha dardır) ve dolayısıyla sadece nitel olarak farklıdır. Bu çemberlere bir büyüklük atfedelim ve C-I'in çapı 1 birimdir diyelim. Nicel olarak, C-II, C-I'den iki kat daha büyüktür. Dolayısıyla C-II çemberine 2 birimlik çap uzunluğu atfetmeyi düşünebiliriz. Ancak bunu yapamayız. Bu iki çemberin nicel olarak aynı olduğunun söylendiğini hatırlamak durumundayız. Bir başka deyişle, C-II'nin çapının bir büyüklüğü olacaksa, o da bir birim olmalıdır. M_x'e ait nesnelerin var olduğunu kabul etmek, büyüklüklere ilişkin olarak görüye/sezgiye aykırı sonuçlara yol açmaktadır. (Öte yandan, bunun bir çelişki olmadığı öne sürülebilir; büyüklük mefhumunun nicel olarak özdeş ama nitel olarak farklı bu nesnelere uygulanamayacağı

33 Burada dikkat çekilmesi gereken nokta, *saf matematiğin* elinde esasen böyle bir inşa kuralının bulunmadığıdır. M_u ve M_v'deki inşalar söz konusu olduğunda, bu inşalar küme kuramında (nicel olarak) temsil edilebilirler. Yani bu inşalar birer küme olarak temsil edilebilirler. Bu noktaya Bölüm 12.4'de geri dönüyoruz.

iddia edilebilir. Biz bunun bir sorun olduğunu ve tek sorunun da bu olmadığını düşünüyoruz.)

Bütün-parça kanıtlaması

Nicel olarak özdeş ancak nitel olarak farklı nesnelerin nesnel anlamda varlığına izin vermezsek, bu tür sorunların çıkmayacağına dikkat ediniz. M_u ve M_v çoklularında eğer iki nesne nitel olarak farklı ise özdeş değildirler. Gerçel düzlemde buluna iki doğru parçasını (a_1 ve a_2) dikkate alalım. a_1, a_2'den daha uzun olsun. a_2'nin bir parçasını, aynı uzunlukta olmaları şartıyla a_1'le değiştirebiliriz. Böyle bir değiştirme a_2'de nicel ya da nitel bir değişikliğe yol açmaz.[34] Dolayısıyla hem nitel hem de nicel özdeşlikler bu değişikliklerde korunmuş olur.

M_x'e ait nesneler durumunda ise, herhangi iki nesne, nicel olarak özdeş olsalar ve aynı küme tarafından nicel olarak temsil edilseler de nitel olarak farklı olabilirler. Biri genişletilerek (ya da sıkıştırılarak) diğeri elde edilmiştir. Şimdi M_x'e ait olan o_1 nesnesini dikkate alalım. o_1'in gerçel bir doğru parçası, a_1'e, gömülü olarak var olduğunu düşünelim. a_1'i kendisinin iki katı uzunluğunda olan bir a_2 doğru parçasına bir SHM vasıtasıyla, yukarıda ifade ettiğimiz yöntemle eşlediğimizi düşünelim. a_2'yi ortadan bölüp her iki eşit parçasını a_1'le değiştirebiliriz. Böyle bir değiştirme a_2'de *nitel* bir değişiklik yaratmaz, ancak değiştirme sonrası a_2, değiştirme öncesi a_2'yle özdeş değildir. Değiştirme öncesi a_2 yalnızca o_1'i içerirken, değiştirme sonrası a_2 iki ayrı o_1'i içermektedir. Dolayısıyla M_x'e ait nesnelerin varlığına izin verilirse, bu tür bir değiştirme sonucunda nesnelerin nicel özdeşliği korunmaz.

---

34 Bu olgu Banach-Tarski "paradoksu"nun anlaşılması bakımından önemlidir. Bir geometrik nesnenin parçaları kendisinin nicel özdeşliğini değiştirmeksizin yeniden düzenlenebilir. Öte yandan, nitel bakımdan farklı geometrik nesnelerin özdeş kabul edilmesi halinde söz konusu geometrik nesneleri parçalarına ayırarak ve bu parçaları yeniden düzenleyerek aynı büyüklükte iki nesne elde etmenin bir yolu bulunmaktadır. Esasen bu ifade bir paradoks değil ama görünüşte *sezgilerimize aykırı* bir sonuçtur. Bu tür sezgiye aykırı sonuçların kaynağına Bölüm 12.4'de geri dönüyoruz.

Eşsayılılık kanıtlaması

M_x'e ait iki nesnenin parçaları itibariyle eşsayılı olduğunu nasıl söyleyebiliriz? Nesneler düzleminde eşsayılılığa ilişkin verdiğimiz tanımı izlersek, "M_x'e ait iki nesne o_1 ve o_2 ancak ve ancak (SHM gibi bir işlemcinin gerçekleştirdiği) bir işlemle o_1'in parçaları o_2'nin parçalarıyla birebir eşlenebiliyorsa eşsayılıdır" demek durumundayız.

Şimdi SHM-I ve SHM-II olarak adlandırdığımız ve sırasıyla s_1 ve s_2 hızlarına sahip iki farklı SHM'yi dikkate alalım. Ayrıca $s_1 < s_2$ olsun. Gerçel düzlemde, $S_0 = \{x| x \text{ is in } [0, 1)\}$kümesi tarafından nicel olarak temsil edilen bir **l** doğru parçası olsun. o_x nesnesi M_x'e ait olsun ve bu doğru parçasında gömülü olarak bulunsun. S_x kümesi ise S_0'ın bir altkümesi olsun ve o_x'i nicel olarak temsil etsin. Bir başka SHM, SHM-0 ise doğru parçası l'yi t_0 süresinde çizsin.

SHM-I ve SHM-II, t_0 süresinde çizdikleri doğru parçalarına dayanarak, sırasıyla r_1 çaplı C-I ve r_2 çaplı C-II çemberlerini çizsinler. Dolayısıyla SHM-I ve SHM-II **l** doğru parçasındaki noktaları bu iki çemberdeki yay parçalarına eşlesinler. M_x'e ait iki nesne $o_{x(I)}$ ve $o_{x(II)}$ C-I ve C-II çemberlerine gömülü iki nesne olsunlar.

"A ≈ B" ifadesi, A ve B nesnelerinin birbiriyle birebir eşlenebildiğini göstersin.

SHM-I'in, o_x'in parçalarını $o_{x(I)}$'e ve SHM-II'nin de o_x'in parçalarını $o_{x(II)}$'ye birebir eşlediğine dikkat ediniz. Dolayısıyla şunları söyleyebiliriz:

$$o_x \approx o_{x(I)} \quad (1)$$

$$o_x \approx o_{x(II)} \quad (2)$$

Ancak $o_{x(I)}$ ve $o_{x(II)}$ dikkate alındığında "$o_{x(I)} \approx o_{x(II)}$" diyemeyiz. Şimdi bunun nedenini görelim.

Öncelikle, M_u'da olduğunun aksine, C-I ve C-II çemberlerini birebir eşlemenin bir yolu bulunmamaktadır. İkinci olarak, çemberlerin (nesnelerin) gerçel düzlemde olduğu durumun aksine $o_{x(I)}$'in parçalarını $o_{x(II)}$'nin parçalarına birebir eşlemenin geometrik bir yolu yoktur. Gerçel düzlemde, sırasıyla d_1 ve d_2 çaplarına sahip iki çember CR-I ve CR-II olsunlar. Ayrıca $d_1 < d_2$ olsun. CR-I ve CR-II'yi eşmerkezli iki çember olarak düşünebiliriz. Merkeze bir doğruyla bağlı bir SHM CR-II üzerinde

hareket ederek CR-II'deki noktaları CR-I'e birebir eşleyebilir. Ancak böyle bir işlem her iki çemberin de sürekli bir biçimde birbirini izleyen noktalardan oluştuğunu varsayar. Oysa ne $o_{x(I)}$ ne de $o_{x(II)}$ süreklidir.

$o_{x(I)}$ ve $o_{x(II)}$ nesnelerinin parçalarını birebir surette eşlemek için böyle bir eşlemeyi yapacak bir SHM'ye, SHM-EŞLE, ihtiyaç vardır. Ancak böyle bir SHM-EŞLE bu iki nesnenin parçalarını birebir surette eşleyemez. SHM-EŞLE C-I'in unsurları üzerinde tam bir tur yaptığında ve bu unsurları C-II'deki unsurlara eşlediğinde, C-II üzerinde ve dolayısıyla $o_{x(II)}$'de, geriye, her zaman eşlenmemiş unsurlar kalacaktır. Dolayısıyla seçtiğimiz SHM-EŞLE nasıl olursa olsun, yapılan hiçbir eşleme birebir olamayacaktır. Sonuç olarak:

$$\sim(o_{x(I)} \approx o_{x(II)}) \qquad (3)$$

demek durumundayız. (Yukarıda "~" değilleme anlamına gelmektedir.)

(1), (2) ve (3)'ten hareketle bir çelişki elde etmiş bulunuyoruz.

Yukarıda ifade ettiğimiz üç kanıtlama itibariyle, nitel bir ayırma ilkesiyle bir çoklunun inşasına izin vermemiz durumunda, görüye/sezgiye aykırı durumlarla ve çelişkilerle karşılaşmak durumunda kaldığımızı söylemek durumundayız. Dolayısıyla Sıfır'ın ve Bir'in görüsel izlerinden başka bir ilkeye dayanan bir çoklu mevcut olamaz. Bir başka deyişle, ontolojik bakımdan temel olan yalnızca iki çoklu (M_u ve M_v) ve bu iki çokluyla ilintili olarak iki temel sonsuz sayal ($\aleph_0$ ve **c**) bulunmaktadır. **QED.**

SONUÇ_1. $2^{\aleph_0} = \aleph_1$.

SONUÇ _1.'in İSPATI. ÖNERME_1. itibariyle, $\aleph_0 < \delta <$ **c** şartını sağlayan ve δ sayalına sahip bir S_x kümesi olamaz. Dolayısıyla $2^{\aleph_0} = \aleph_1$. **QED.**

SONUÇ _2. Tüm α sıralları için $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$.

SONUÇ _2.'nin İSPATI. ÖNERME_1.'den dolayı M_u ve M_v'den başka temel bir çoklu olamaz. Dolayısıyla $\aleph_0$ ve **c**'den başka ontolojik bakımdan temel sonsuz bir sayal da olamaz. Burada, güç kümeleri haricinde *türevsel* sonsuz sayallar elde etmenin başka bir yolu olmadığını öne süreceğiz. Bu iddiamızı

sonluötesi (İng. *transfinite*) bir tümevarımla ispatlayabiliriz. Öte yandan, bu incelememizde uyguladığımız yönteme sadık kalmak istersek, kümeler ve nesneler arasında yaptığımız ayrıma dayanan bir yol bulmaya çalışabiliriz. Bu amacı gerçekleştirebilmek için güç kümeleri ile nesneleri ilişkilendirmenin bir yolunu bulmak durumundayız.

Hatırlanacağı üzere, hakiki kümeleri nesneleri nicel olarak temsil eden kümeler olarak tanımlamıştık. Bunun anlamı, hakki kümelerin elemanlarının bir nesnenin basit parçalarıyla birebir eşlenebileceğidir. Ayrıca M_u ve M_v'nin ontolojik bakımdan temel çoklular olduğunu da iddia etmiştik. Bunun anlamı ise kümelerden bağımsız olarak kendi başlarına mevcut olabilen nesnelerin bu çoklulara ait olduğudur. Şimdi doğal sayılar ya da gerçel sayılar kümeleri gibi sonsuz kümelerin güç kümeleri söz konusu olduğunda farklı bir durumla karşı karşıya kalmaktayız. Doğal sayıların güç kümesi hakiki bir kümedir. Ancak gerçel sayılar kümesinin güç kümesi, nesneleri temel çoklulara ait olarak düşündüğümüzde, herhangi bir nesneyi nicel olarak temsil etmemektedir. (Aynı husus, gerçel sayıların güç kümesinin güç kümesi için ve bu suretle elde edilecek diğer güç kümeleri için de geçerlidir.) Öte yandan, bu sorunu çözmek üzere, şu şekilde genişletilmiş bir nesne anlayışı geliştirebiliriz: Bir nesne birimler olarak dikkate alınan diğer nesnelerden ve nesne topluluklarından boşluk içermeyen bir bütün oluşturacak biçimde inşa edilebilir. Bizce, böyle bir nesne anlayışı genel bakış açımızla uyumludur. Bu genişletilmiş nesne anlayışı kabul edilirse, $\aleph_0$ ve **c** arasında bir başka sonsuz sayalı bulunmasının imkânsız olduğuna dair yukarıda öne sürdüğümüz kanıtlama tüm sonsuz sayallara uygulanabilir. Öyle ki, herhangi bir sonsuz sayal λ için $\lambda < \kappa < 2^{\lambda}$ şartını sağlayacak bir κ sayalı mevcut olamaz. Dolayısıyla herhangi bir > sıralı için, $2^{\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$ olduğunu söyleyebiliriz. **QED.**

12.3. Freiling'in SV'yi Reddiyesinin Eleştirisi

Freiling, 1986 tarihli çalışmasında **SV**'nin yanlışlığını göstermek üzere bir düşünce deneyi öne sürmüştür.[35] Söz konusu

35 Freiling (1986).

düşünce deneyi, gerçel sayılar kümesinin [0, 1] aralığını temsil ettiği varsayılan bir doğru parçasında birbirinden bağımsız ve rastlantısal olarak iki noktanın seçilmesine dayanmaktadır. Freiling görsel bir metafor kullanarak söz konusu bu seçimin doğru parçasına iki dart okunun atılmasıyla yapıldığını düşünmemizi istemiştir. Düşünce deneyinin arkaplanında ZFC ve ölçüm kuramının (*İng, measure theory*) bazı teroemleri bulunmaktadır. Bu teoremleri kısaca sunalım.

Öncelikle, ZFC'ye göre tüm kümeleri iyi sıralayan bir bağıntı (İng. *well-ordering relation*) mevcuttur. Bunun anlamı, herhangi bir kümenin elemanlarının iyi sıralama bağıntısına göre sıralanması ve en küçük bir elemanının bulunmasıdır. Gerçel sayılar söz konusu olduğunda, böyle bir bağıntı fiili olarak gösterilmiş olmamasına rağmen, iyi sıralama ilkesi gerçel sayılar için de geçerlidir.

İkinci olarak ifade etmek istediğimiz nokta, sırallar ile sıralların özaltkümeleri arasındaki ilişki hakkındadır. Bilindiği gibi sıral sayılar ya birbiriyle ya da bir diğerinin bir ilk kesimiyle (İng. *initial segment*) birebir eşlenebilir. Söz konusu ilk kesim, söz konusu sıralın bir özaltkümesi olarak ele alınabilir. Küme kuramının bir teoremi, hiçbir sıralın kendisine ait bir ilk kesimle birebir eşlenemeyeceğini ifade etmektedir.

Üçüncü olarak üzerinde duracağımız nokta ise sıralların sayalların tanımlanmasındaki işlevi hakkındadır. Bilindiği gibi, her sonlu sırala, kendisi, bir sayal olarak karşılık getirilmektedir. Sonsuz sırallar söz konusu olduğunda ise sonsuz bir sayal, birbirine eşdeğer (aynı büyüklükte, yani birebir eşlenebilir) sırallar kümesinin en küçük sıralına karşılık gelmektedir.

Son olarak ise ölçüm kuramı ile rastlantısal değişkenler (İng. *random variable*) arasındaki ilişkiye değinmek istiyoruz. Rastlantısal bir değişken, bir olasılık uzayından, ölçülebilir bir uzaya tanımlanan ölçülebilir bir foksiyondur. Eğer dart oklarını gerçel sayıları temsil eden bir doğru parçasına atarak rastlantısal bir değişkeni tanımlamak istersek, her bir dart atışının bir gerçel sayıya karşılık gelmesinin olasılığının sıfır olduğunu görürüz. Eğer hedefi tek bir gerçel sayıdan bir

kümeye genişletirsek, örneği [0,1] aralığındaki gerçel sayıların doğal, oransal ve oransal olmayan sayılardan oluşan altkümelerini (sırasıyla, **N**[0,1], **Q**[0,1] ve **I**[0,1]) dikkate alırsak ve ölçüm fonksiyonunu da genelde yapıldığı gibi μ olarak seçersek:

$$\mu(\mathbf{N}[0,1]) = 0$$
$$\mu(\mathbf{Q}[0,1]) = 0$$
$$\mu(\mathbf{I}\,[0,1]) = 1$$

olduğunu görürüz. Şimdi tüm bu bilgiler ışığında Freiling'in önerdiği düşünce deneyine dayalı kanıtlamasını dikkate alalım.

Freiling'in kanıtlaması eğer **SV** doğru ise, yani $\mathbf{c} = \aleph_1$ ise bunun bir çelişkiye yol açtığını ve dolayısıyla **SV**'nin yanlış olduğunu göstermeye yöneliktir. Kanıtlama şu şekilde yeniden ifade edilebilir:

1. ZFC'nin aksiyomlarını ve **SV**'yi kabul edelim.
2. [0,1] aralığını temsil eden doğru parçasına iki dart oku atarak iki farklı gerçel sayı seçelim. Bu iki gerçel sayının r_1 ve r_2 olduğunu ve iyi sıralama bağıntısına göre r_1'in r_2'den önce geldiğini varsayalım. Yukarıda sırallar ve ilk kesimler hakkında söylenenlerin ışığında r_2'den önce gelen tüm r_1 noktaları sayılabilir olmak durumundadır. Bu durumda dartlardan birinin herhangi bir r_2 noktasını vurması durumunda, ikinci okun herhangi bir r_1 noktasını vurması olasılığı sıfırdır.
3. Oysa birbirinden bağımsız olarak fırlatılan iki dart oku birbirinden farklı iki noktayı (aynı noktayı vurmadıkları her durumda) vurabilir. Bu da bir önceki maddede söylenenle bir çelişki yaratmaktadır.
4. Öyleyse **SV** yanlış olmalıdır; yani $\mathbf{c} \neq \aleph_1$ olmalıdır.

Bu kanıtlamanın neyi gösterdiği ya da göstermediği konusunda literatürde tartışmalar mevcuttur. Bizim konuya yaklaşımımız ise bu tartışmalardan farklıdır. Söz konusu bu kanıtlamanın dayandığı düşünce deneyi, nesne, nesnenin görüsel karşılığı, karşılıkların inşa ediledikleri mekân olarak saf görü, nesnelerin ayırma ilkesi olarak boşluk ve boşluk ile süreklilik arasındaki bağıntı hakkında hiçbir netlik içermemektedir. Dü-

şünce deneyi birtakım idealleştirmeleri varsaymakta ve fakat bunların ontolojik zeminini tamamen muğlak bırakmaktadır.

İncelemelerimiz neticesinde bu düşünce deneyi ve kanıtlamanın içerdiği yanlışlığı net olarak tespit edebilecek durumda olduğumuzu düşünüyoruz. Öncelikle, eğer söz konusu doğru parçası gerçel sayılar kümesi tarafından temsil edilecekse sürekli olmak durumudadır ve bu süreklilik daha önce de ifade ettiğimiz gibi, herhangi iki parçasının bir ve aynı boşluk tarafından ayrılmasına dayanır. Dolayısıyla doğru parçasının bir ucunda yer alan nokta ile ona yakın dartın vurduğu varsayılan noktayı ayıran boşluk ile dart oklarının vurduğu iki noktayı ayıran boşluk bir ve aynıdır. Bu itibarla da her iki aralığı nicel olarak temsil eden iki kümenin de sayalları **c**'yle aynı olmak durumundadır. Freiling'in düşünce deneyinde nesne ve nesneye ait parçalar ile kümeler ve elemanları birbirine karıştırılmış ve iki farklı ontolojik düzey arasında ontolojik bakımdan mümkün olmayan geçişler yapılmıştır. Sonuç olarak, bu kanıtlamanın **SV** hakkında geçerli bir sav öne sürdüğü iddia edilemez.

12.4. SV'nin İspatının Özelde ZFC, Genelde Matematik İçin Sonuçları

SV ZFC'nin (veya NBG'nin) herhangi bir uzantısında (İng. *extension*) ispatlanabilir mi? Cevap "Hayır"dır. **SV**, ZFC'de ZFC'nin herhangi bir uzantısında mutlak anlamda saptanamaz bir önermedir. Bunun nedeni, yukarıda da gösterdiğimiz gibi **SV**'nin "Saf matematiğin sınırları içerisinde, nitelik kategorisine dayalı olarak inşa edilen nesneleri nicel olarak temsil eden kümeler var olamaz" şeklinde ifade edilebilecek aksiyoma eşdeğer olmasıdır. Esasen, küme kuramının tüm aksiyomları halihazırda böyle bir aksiyomu varsayarlar. Böyle bir aksiyom ontolojik bir öncül olarak adlandırılabilir. Çelişmezlik ilkesi gibi ve hatta ona eşdeğer olacak surette temeldir. Bu ilke kullanılarak bir dizge içerisinde ispatlar yapılabilir, ancak ilkenin kendisinin ispatı dizge içerisinde verilemez. **SV**'nin dizge içerisinde ifade edilebilmesi için aksiyomlara ve dizgenin ge-

liştirilmesine ihtiyaç duyulur. Ancak söz konusu bu ifade tüm aksiyomların kendisine dayandığı temel bir varsayıma dayanır. Bu nokta, incelememizde ortaya koymaya çalıştığımız gibi, ancak nesnelerin ve kümelerin alanları arasında esasa dair bir ayrım yapılırsa açıklığa kavuşturulabilir. Sonuç olarak SV, ontolojik bir hakikati dile getirmekle beraber, ZFC'de ve ZFC'nin herhangi bir uzantısında saptanamazdır. Bu, ZFC, birimlerin işlenmesinde nicelik kategorisinin kullanımının esas olduğu saf matematiğin bir parçası olduğu için böyledir.

Bu son ifadeyle neyi kastettiğimizi açabilmek üzere, "saf matematik"ten ne anladığımızı açıklamaya çalışalım. Saf matematik boşlukla birbirinden ayrılan birimlerin varlığına ve bu birimler üzerinde nicel işlemler icra edilmesine dayalı matematiktir. Matematik, nitelik kategorisine karşıt olarak sadece nicelik kategorisinin kullanımına dayandığı için saftır. Bu, nitel olan bir şeyin saf matematik içerisinde ele alınamayacağı anlamına gelmez. Nitel inşalar, birimler ve birimlerin eğilip bükülmezliğini (İng. *rigidity*) koruyan işlemlerce temsil edilebildikleri ölçüde saf matematiğin sınırları içerisinde ele alınabilirler.

Öte yandan, nitelik kategorisine dayalı inşa kurallarının saf matematiğe eklemlendiği durumlar bulunmaktadır. Bu durumlarda saf matematiğin sınırları içerisinde elde edilemeyecek, görüye aykırı bazı sonuçlar ortaya çıkar. Bununla neyi kastediyoruz? Bu noktayı açmak üzere iki örnek verebiliriz:

1. Banach-Tarski "paradoksu"
2. Euklidesçi-olmayan geometriler

Banach-Tarski "paradoksu", bir paradokstan ziyade görüye aykırı bir sonuçtur. (Bu nedenle "paradoks" ifadesi tırnak işaretleri içerisinde sunulmuştur.) Bir küre sonlu sayıda parçaya ayrılıp döndürme işlemleri neticesinde ilkiyle aynı büyüklükte iki özdeş küre elde edilir. Kürenin sonlu parçaya ayrılması esnasında seçim aksiyomu marifetiyle belirli bir ölçümü olmayan kümeler inşa edilmektedir. Bunun anlamı söz konusu kümelerin belli bir nesneyi nicel olarak temsil etmemesidir. Bir bakıma nitel bir dereceye dayalı bir özdeşlik ölçüsüne göre var olan nesnelerin varlığı kabul edilmiş olmaktadır. Ayrı-

ca söz konusu döndürmeler örtük biçimde nitelik kategorisine dayanmaktadır. İspatta, söz konusu parçaların *şekillerini değiştirmeksizin* döndürüldükleri ifade edilmektedir. Nitelik kategorisinin devreye girdiği bir başka nokta da burasıdır. Bu döndürmeler, şekillerin korunmasında bir derecenin bulunduğu varsayımına dayanmaktadır. Bu anlamda, Banach-Tarski "paradoksu," hem nesneleri nicel olarak temsil eden hakiki kümelere dayanmadığı ve döndürme işlemi sırasında örtük biçimde nitelik kategorisinden yararlandığı için saf matematiğin alanına ait bir ifade değildir. Bu açıklama, seçim aksiyomunu ellerinin altında bulundurmak isteyen matematikçiler için iyi bir haber olarak yorumlanabilir. Aslında, burada söz konusu olan acayipliğin/kural dışılığın (İng. *anomaly*) seçim aksiyomundan kaynaklanmadığı aşikârdır, çünkü benzer bir sonuç, seçim aksiyomunun kullanımıyla ilgili bir sınırlama olmamasına rağmen iki boyutta elde edilememektedir. İki boyutta izin verilmeyen bir husus ise yukarıda sözünü ettiğimiz biçimiyle döndürmelerdir.

İkinci vakada ise bir değişkenin ya da parametrenin derecesine ilişkin bir varsayımı kapsayan herhangi bir geometri, nicelik kategorisi haricinde bir kategoriye (nitelik kategorisine) ihtiyaç duymaktadır. Örneğin "doğru bir çizgiye kendi dışındaki bir noktadan çizilebilecek paralellerin sayısı" nitelik kategorisinin kullanımını varsaymaktadır. Çünkü böyle bir belirlenim değişken değerleri kabul eder. Geometrinin böyle bir özelliğe örtük ya da açık biçimde gönderme yapan herhangi bir aksiyomu (veya temel bir inşa kuralı) saf geometrinin bir parçası olamaz. Bu anlamda, Euklidesçi geometrinin beşinci postülası böyle bir özelliğe örtük bir biçimde göndermede bulunduğu için saf geometrinin bir parçası değildir. Bu noktanın tam olarak fark edilememesi, pek çok felsefecinin geometrik nesnelere nesnellik atfetmesini engellemiştir. Bu felsefecilerin çoğu, hem beşinci postülanın hem de onun değillemesinin göreli olarak tutarlı geometrilerin kurulmasını sağlamasından ötürü, geometrinin aksiyomlarının doğruluk değeri taşıyan önermeler olarak telakki edilemeyeceği sonucuna varmıştır. Sanıyoruz bu husus, felsefe ve geometrinin temelleri bakımın-

dan son derece önemli sonuçları haizdir ve bu sonuçlar ayrı bir inceleme dahilinde ele alınmalıdır.

Son olarak, seçim aksiyomuyla ilgili olarak yukarıda örtük biçimde ifade ettiğimiz bir noktayı tekrar belirtmek istiyoruz. Seçim aksiyomunun nesne düzeyindeki eşdeğeri olan seçme ilkesi nesneler alanında gerçekleştirilen inşaların temel aksiyomudur. Kümelerin alanı, nesnelerin alanını varsaydığı için seçim aksiyomu küme kuramının aksiyomlarına göre ontolojik bakımdan daha temeldir. Sadece **SV**'ye göre ikinci olarak telakki edilebilir. Seçme ilkesi şu şekilde ifade edilebilir: Eğer bir nesne veya belli sayıda nesne verilirse, söz konusu verili nesnenin/nesnelerin parçalarını kullanarak nesne/nesneler inşa edilebilir. Böyle bir inşa, elde edilen nesnenin, parçaları itibariyle boşluk içermeyen bir bütün olması, yani bir nesne olması şartıyla meşrudur. Bu şart kümeler alanına şu şekilde tercüme edilebilir: Verili kümelerden elemanlar seçerek yeni bir kümenin inşa edilmesi, verili kümelerin her birinin ve inşa edilen kümenin birer nesneyi nicel olarak temsil etmesi şartıyla meşrudur. Banach-Tarski Paradoksu, bu şartı sağlamayan işlemlere izin verilmesi neticesinde ortaya çıkmaktadır. İspatta inşa edilen kümelerin temsil ettiği nesneler, boşuk içermelerine izin verildiği için belirli bir ölçüme sahip olamamaktadırlar.

Birinci Kitap İçin Sonuç

Araştırmamızın ilk aşamasını bu noktada tamamlıyoruz. Matematiksel olan ile nesnel (varlıksal) olan arasındaki bağıntıyı bir nebze olsun açabildiğimizi düşünüyoruz. Görüşümüze göre matematiksel nesneler, genel anlamda nesnenin kuruluşundan, bir şeyin bizim nesnemiz olarak düşünülmesinden bağımsız olarak ele alınamaz. Kant'ın nesnenin kuruluşuyla ilişkisi içerisinde matematiksel yargıları ele almaya gayret ettiğini biliyoruz. Ona göre matematiksel yargıların doğruluğu, saf görüde inşa edilen matematiksel nesnelerin varlığını zorunlu kılar. Öte yandan Kant'ın özellikle Birinci Kritik'inde sunduğu çerçeve genel olarak nesnenin kuruluşunu kuşatama-

dığı için matematiği olanaklı kılan zemini açıklamakta yeterli olamamıştır.

Kant'ın kullandığı yöntem, yani *a posteriori* olanın analiz edilmesi (çözümlenmesi) yoluyla tecrübeyi kuran *a priori* unsurların ortaya çıkarılması yöntemi, nesnelerin bireysel bütünlüğünün kuruluşunu ele almakta yetersiz kalmıştır. Daha önce de ifade ettiğimiz gibi, nesnenin kuruluşunda aklın transandantal faaliyeti esastır. Tikel nesnenin bireysel bütünlüğü aklın tesis ve idrak ettiği tümel nesneye dayanır. Tikel nesne, nesnenin unsurlarının içsel bir cihetten bir arada tutularak tümel nesneye ait kılınmasıyla tesis olunur. Bu ifade tikel nesnenin sentetik (terkibi) kuruluşunu açıklar.

Tikel nesnenin mümkün tikel nesnelerin belirsizliğinden ayrılarak bir birey olarak kurulması, yani tikel nesnenin analitik (tahlili) bakımdan kuruluşu ise *a priori* nesneler olarak Sıfır ve Bir'in görüsel izlerine dayanmak durumundadır. Tikel nesne analitik kuruluşu itibariyle Sıfır ve Bir'in görüsel izini haizdir.

Sayılardan *a priori* nesneler olarak söz edebilme imkânı bizim matematiksel nesnelerin karşılıklarının kuruldukları mekân olarak saf görünün kalıcı çokluğunun kuruluşunu açıklayabilmemizi sağlamıştır. Saf görü Bir, İki ve Üç'ün görüsel izlerinin oluşturduğu yerlerin bütünüdür. Söz konusu bu bütün bir yandan aritmetiksel nesnelerin inşasına zemin teşkil eden biçimsel nesnelerin mekânını, diğer yandan da geometrik nesnelerin inşasına zemin teşkil eden uzayı vermektedir.

Bu itibarla, araştırmamız, matematik yapan aktörün ayağını bastığı zemin olarak saf görünün mahiyetinin açıklığa kavuşturulmasını sağlamıştır diyebiliriz. Öte yandan, "Tikel nesneler Sıfır ve Bir'in izini haizdir" veya "Saf görü Bir, İki ve Üç'ün görüsel izlerinin oluşturduğu yerlerin bütünüdür" gibi ifadelerin semantik statüsü açık değildir. İkinci kitaba geçmeden önce bu konuda da bir açıklama yapma ihtiyacı duyuyoruz. Söz konusu ifadelerin Kant'ın yaklaşımında olduğu gibi yargıları mı, yoksa önermesel içerikleri mi işaret ve temsil ettikleri üzerinde şu an için durmayacağız.

Kant'ın yargıları epistemolojik yönden *a priori* ve *a posteriori*, semantik yönden ise sentetik ve analitik olarak sınıflan-

dırdığını, bu ayrımların dil felsefesi geleneği içerisinde bir biçimde korunduğunu biliyoruz. Bu ifadeler bu ayrımlar dikkate alındığında hangi sınıfa girmektedir?

Söz konusu bu ifadelerin düşünsel (saf) olanla ilgili ayrımlarla ilişkili olduğunu ve bu itibarla da ampirik bir içerik taşımadığını söyleyebiliriz. Öte yandan, bu ifadeler, matematiksel nesnelerin (ister biçimsel, ister geometrik bir surette olsun) inşa edildiği mekândan söz ediyor olmaları itibariyle "Üç ile Beş'in toplamı Sekiz'dir" gibi matematiksel ifadelerden farklı bir statüde bulunmaktadır. Bir başka deyişle, söz konusu ifadeler farklı felsefeciler tarafından analitik veya sentetik *a priori* sınıfına sokulan matematiksel yargılarla/önermelerle kökten biçimde farklıdır.

Öyleyse bu ifadeleri hangi sınıf altında ele almalıyız? Bize göre bu ifadeler, matematiksel nesnelerin (karşılıklarının) inşa edildiği mekâna dair olmaları itibariyle ne epistemolojik ne de semantik bir sınıflandırmaya dahil edilebilirler. Bu ifadeler bize nesnelerin varlığı hakkında konuşabilme imkânı vermeleri itibariyle ontolojiktir. Bir ifade eğer varlığa ilişkin, nesnelere ilişkin, nesnelerin kuruldukları mekâna ilişkin bir yargı içeriyorsa ontolojiktir. Ontolojik olmayan bir ifade epistemolojik ve semantik yönden yukarıda ifade edildiği biçimde sınıflandırılabilir.

Bilindiği gibi, Platon *Devlet* diyaloğunda bölünmüş çizgi modelinden söz ederken muhakeme faaliyetinin zemininde yer alan bir varlık alanından ve buna ilişkin bilgiden söz eder.

Aristoteles ise *İkinci Analitikler*'in kapanış bölümünde bilimsel bilginin (*Yun. apodexis*) dayanması gereken kesin ve varlık bakımından öncelikli öncüllerden söz eder. Matematik ve matematiksel inşa etkinliği söz konusu olduğunda yukarıda sözünü ettiğimiz ifadeler, varsayımlara/öncüllere dayalı muhakeme (*Yun. dianoia*) etkinliğinin ve bir bilim olarak matematiğin zemininde yer alan varlık alanına dair ifadelerdir. Gerek Platon, gerekse Aristoteles bilginin olanaklı olabilmesi için gerekli, varlıksal zemine dair kesin ifadelerden söz etseler de çelişmezlik ilkesinin kendisi hariç böyle bir ifadeyi ortaya koymamışlardır. Yaptığımız araştırmanın sonucunda ulaştığı-

mız ifadeler, bize göre, varlığa ve nesnel zemine dair ifadeler olmaları itibariyle Platon ve Aristoteles'in sözünü ettiği şartları sağlamaktadır.

Araştırmamızın son bölümünde verdiğimiz ispat (Sürey Varsayımı'nın ispatı), bu itibarla, ontolojik öncüllere dayalı bilimsel bilginin bir örneğidir. Bu noktada ilginç olan soru, matematiksel olanın dışında benzer ontolojik öncüllerin ortaya konulup konulamayacağıdır. Bu soru İkinci Kitap'ın çıkış noktasını da oluşturmaktadır.

Birinci Kitap'ta araştırmamız sayı ile nesne arasındaki bağıntıya odaklanmıştı. İkinci Kitap ise ortaya çıkan nesne ve ontoloji anlayışından hareketle daha genel bir varlık anlayışına yönelmektedir. Matematiksel inşa ile söz konusu inşanın zemini arasındaki bağıntıdan hareketle belli bir faaliyet içerisinde kendini bulan aktörün ayağını bastığı zemin olarak sahne fikrinin açılmasının imkânını araştırmaktadır.

İkinci Kitap'a geçmeden önce, şu âna kadar ifade ettiklerimizin ışığında çağdaş matematik felsefesi yaklaşımlarının kısa bir değerlendirmesini sunmak istiyoruz.

Kendi başına matematiksel nesnelerin varlığını savunuyor olmamız itibariyle bizim görüşümüze en yakın düşen yaklaşım Platonculuk gibi görünmektedir. Öte yandan, şu anda savunulduğu biçimleriyle Platonculuk'un nesnelerin deneyimimiz itibariyle hangi mekânda mevcut olduklarına ya da ne suretle bu nesnelerle temas içerisine girdiğimize dair bir kaygıları ya da araştırmaları bildiğimiz kadarıyla yoktur. Nesnelerin görüsüne sahip olduğumuza dair temellendirilmemiş ve muğlak bir ifadeyi savunuyor görünmektedirler. Bu açıdan bizim yaklaşımımızın Platonculukla uyum içerisinde olduğunu söyleyemeyeceğiz.

Frege'nin savunduğu biçimiyle mantıkçılığın, sayıların sırasını bir kavram yazısı marifetiyle temsil etme çabasının, kavram yazısının kendisinin sayılara dayanması itibariyle bir döngüselliği haiz olduğunu gördük. Tek tek sayıları kümeler vasıtasıyla tanımlamak çabasının da iyi temellendirilmiş bir ontolojiden yoksun olduğunu göstermeye çalıştık. Ama mantıkçılıkla esas ayrıldığımız nokta, kümeler ile matematiksel

nesneler arasındaki esasa dair ayrımın mantıkçılar tarafından iptal edilmeye çalışılmasıdır. Bu itibarla, mantıkçılığın matematiğin mahiyetini anlamamız bakımından doğru yaklaşım olmadığını düşünüyoruz.

Brouwer'ın savunduğu biçimiyle görücü yaklaşımların da matematiksel nesnelerin inşa edildiği mekâna dair bir netliğe sahip bulunmadıklarını düşünüyoruz. Görücülerin sayının kuruluşunda zamanın görüsüne dayanan yaklaşımlarının birimin ve birimler arası ayrımın kuşatılması konusunda yetersiz kaldığı görülmektedir. Ontolojik bakımdan nesne düzeyinde sonsuzluktan söz edemeyeceğimiz konusunda görücü yaklaşımın kaygılarını paylaşıyoruz. Öte yandan, kümelerle nesneleri ayırdığımızda, sonsuz kümeler ve sonsuz sayallar hakkındaki matematiğin söz konusu nesnel düzeyden taviz vermeksizin geliştirilebileceğini düşünüyoruz.

Hilbert'in savunduğu biçimselciliğin iddia ettiğinin aksine biçimsel nesnenin "orada" kendi başına bulunmadığını ve matematiği üzerine inşa edeceğimiz sağlam bir temel oluşturamayacağını gösterdik. Biçimsel nesneler kuruluşları bakımından (biçimsel olmayan) doğal sayılara dayanmak durumundadır. Bu itibarla, biçimselcilik matematiğin temellendirilebilmesi bakımından eksik bir yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır.

Sonuç olarak, tüm bu yaklaşımlar, giriş bölümünde de ifade ettiğimiz gibi, özelde matematiksel düşünmenin, genelde de fikriyatın nesneyle bağının koptuğu, "nesnesizleştiği" bir dönemin ürünleridir ve aşılmak durumundadır. Matematik felsefesi nesneyi esasa alan, nesne-merkezli bir yaklaşımla yeniden kurulmalıdır.

İkinci kitaba geçiş

Matematiğin mahiyetine ilişkin görüşler metafiziksel tartışmaların zeminini oluşturmaktadır. Bu kitapta geliştirdiğimiz yaklaşımın yol açtığı metafiziksel sonuçları İkinci Kitap'ta ele alıyoruz.

KAYNAKÇA

Arınaner, T., *The Space of Numbers in Frege's Ontology: A Transcendental Inquiry*, yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi, 1994.

Ateş, N., *The Concept of Substance in Kant's and Schopenhauer's Ontologies: A Critical Comparison*, yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi, 1997.

Benacerraf, P., "What Numbers Could Not Be," *The Philosophical Review*, 74, 1965, s. 47-73.

Benacerraf, P. ve Putnam, H. (1964), *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Prentice-Hall, Inc., Eaglewood Cliffs, New Jersey.

Benacerraf, P. ve Putnam, H. (1983), *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, 2. Baskı, Cambridge University Press.

Boolos, G. ve Jeffrey, R., *Computability and Logic*, London, Cambridge University Press, 1974.

Cohen, P., "The Independence of the Continuum Hypothesis," Part 1, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 50, 1963.

Cohen, P., "The Independence of the Continuum Hypothesis," Part 2, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 51, 1964.

Çitil, A.A., *An Introduction to the Ontological Foundations of Gödel's Incompleteness Theorems*, yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi, 1994.

Çitil, A.A., *Kant's Theory of Object and Some Consequences of a Deepening of this Theory*, Ph.D. Dissertation, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, 2000.

Çitil, A.A., "Kant'ın Transandantal Felsefesinde *Schein* Kavramının *Sinn* ve *Bedeutung* Kavramlarıyla Temellendirilmesi," Felsefelogos, 19, Bulut Publications, 2002.

Feferman, S. (ed.) ve diğerleri, *Kurt Gödel Collected Works*, Cilt 1, Oxford University Press, New York, 1986.

Frege, G., *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (1879), Halle a. S.: Louis Nebert. İngilizce çevirisi: *Concept Script, a formal language of pure thought modelled upon that of arithmetic*, çev. S. Bauer-Mengelberg, Van Heijenoort, ed., (1967) içerisinde yayımlanmıştır.

Frege, G., *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl* (1884), Breslau: W. Koebner. İngilizce çevirisi: *The Foundations of Arithmetic: A logico-mathematical enquiry into the concept of number*, çev. J.L. Austin, 2. Baskı, Blackwell, 1974.

Frege, G., "Über *Sinn* und *Bedeutung*," *Zeitschrift für Philosophie und Philosophische Kritik*, yeni seri 100, 1892(1), s. 25-50. Çevirisi: "Anlam ve Yönletim Üstüne," çev. Ş. Elkâtip, *Felsefe Tartışmaları*, 5. Kitap, İstanbul, 1989, s. 7-23.

Frege, G., "Über Begriff und *Gegenstand*," *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie* 16, 1892(2), s. 192-205.

Frege, G., "Logische Untersuchungen," üç kısım halinde, *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus I (1918-19)*, s. 58-72, s. 143-57; III (1923-26), s. 36-51. İngilizce çevirisi: *Logical Investigations* (1918-1923), ed. Peter Geach, Blackwell, 1975.

Freiling, C., "Axioms of Symmetry: Throwing Darts at the Real Number Line," *Journal of Symbolic Logic*, 51: s. 190-200, 1986.

Gödel, K., "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme I" (1931), İngilizce çevirisi: "On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems I," çev. J. van Heijenoort, (Feferman (ed.) ve diğerleri (1986)) içerisinde: s. 145-195.

Gödel, K., *The Consistency of the Axiom of Choice and the Generalized Hypothesis-Hypothesis with the Axioms of Set Theory*, Princeton: Princeton University, 1940.

Gödel, K., "What is Cantor's Continuum Hypothesis," *American Mathematical Monthly*, vol. 54, 1944, s. 470-85. (Benacerraf ve Putnam, 1964) içerisinde gözden geçirilmiş ve genişletilmiş ve (Benacerraf ve Putnam, 1983): içerisinde yeniden basılmış.

Gözkân, B., *Transandantal düşüncede Ben'in ve Aklın Tesis Edilişinin Eleştirel Bir Değerlendirmesi*, yayımlanmamış doktora tezi, Boğaziçi Üniversitesi, 2000.

Hilbert, D., "Über das Undenliche" (1925). İngilizce çevirisi: "On the Infinite," çev. Stefan Bauer Van Heijenoort, ed., (1967) içerisinde yayımlanmıştır: s. 368-392.

Hilbert, D., *The Grundlagen der Geometrie* (1899). İngilizce çevirisi: *The Foundations of Geometry*, çev. E.J. Townsend, Kessinger Publishing, 2006.

Kant, I., *Die Falsche Spitzfindigkeit der vier syllogistischen Figuren* (1762), 2:60, Werkausgabe in 12 Bänden, Suhrkamp, Band II, 1994.

Kant, I., *Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume* (1768), Werkausgabe in 12 Bänden, Suhrkamp, Band II, 1994.

Kant, I., *Kritik der Reinen Vernunft*, nach der 1. und 2. orig. Ausg. hrsg. von Raymond Schmidt. 3. Aufl. Hamburg: Meiner, 1990. İngilizce çevirisi: *Critique of Pure Reason*, çev. ve ed. P. Guyer ve A.W. Wood, Cambridge University Press, 1998.

Kant, I., *Die Metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaft* (1786), Werkausgabe in 12 Bänden, Suhrkamp, Band II, 1994.

Kant, I., *Kritik der Urteilskraft* (1790), Werkausgabe in 12 Bänden, Suhrkamp, Band X, 1994.

Kant, I., *Logik: Ein Handbuch zu Vorlesungen* (1800), ed. G.B. Jäsche. İngilizce çevirisi: *Kant's Logic*, çev. R.S. Hartman ve W. Schwartz, Bobbs Merrill, 1974.

Kovanlıkaya, A., *Kant Felsefesindeki Tecrübe Anlayışının Leibniz'in Metafiziği Açısından Eleştirel Bir Değerlendirmesi*, yayımlanmamış doktora tezi, Boğaziçi Üniversitesi, 2002.

Suppes, P., *Axiomatic Set Theory*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey, 1960.

Van Heijenoort, Jean (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Harvard University Press, 1967.

AHMET AYHAN ÇİTİL

Matematik ve Metafizik

Kitap I: Sayı ve Nesne

"Bu kitap son iki yüzyıldır yapıldığı biçimiyle matematik felsefesine bir katkıda bulunmak amacıyla kaleme alındı. Günümüzde yaygın bir biçimde yapılmaya çalışıldığından farklı olarak biz "nesne" anlayışı üzerinde durmaya ve matematik felsefesinin konularını genel anlamda ontolojinin konularıyla ilişkilendirerek anlamaya çalıştık.

Kant'ın sözünü ettiği "matematiksel nesnelerin inşa ediliş süreci"ni ve söz konusu inşa mekânını varlıksal bakımdan temellendirmeye çalıştık. Biçimsel bir dil içerisinde inşa ile geometrik inşayı ayırt ederek ayrı ayrı ele aldık. Kümenin matematiksel nesnelerle bağıntısını ortaya koymaya çalıştık. Tüm bunların sonucunda Sürey Varsayımı'nın nesnel zeminini açıklığa kavuşturmayı hedefledik.

Araştırmalarımızın neticesinde vardığımız bir sonuç şu biçimde ifade edilebilir: Özellikle Alman düşünürü Kant'ın görüşleri ve Kant'ın eleştirilmesi üzerinden biçimlenen tartışmalar bugün matematiği anlamamız konusunda bir yarar getirmekten çok bir engel oluşturmaktadır. Bunun temel nedeni, Kant'ın matematiğin mahiyetini ortaya koymak üzere çizdiği ontolojik çerçeveye ilişkin asli eksikliklerdir. Söz konusu bu eksiklikler Kant'ı izleyen yahut eleştiren düşünce anlayışları tarafından da giderilememiştir. Kanaâtimizce Kant sonrasındaki bu dönem özelde matematiğin mahiyeti üzerine yürütülen düşünsel etkinliğin, genel olarak da fikriyatın nesnesizleştiği bir dönemdir. Özellikle giriş bölümünde bu sürece ilişkin görüşlerimizi netleştirmeye çalıştık. Yaptığımız çalışmaların tam ya da hatasız olduğunu düşünmüyoruz. Ancak özelde matematik felsefesinin, genelde de felsefenin nesneye, nesnenin kuruluşuna ve düşünceye konu edilişine ilişkin ilgisinin artırmasının kendi deneyimimizi anlamamıza yardımcı olacağına inanıyoruz.
Son iki yüzyıldır matematik felsefesinde sorun olarak görülen pek çok konunun, felsefecilerin nesne üzerine düşünmeyi bırakmalarından kaynaklandığını düşünüyoruz.

Umarız bu çalışmamız düşünürlerin "nesneye yönelişi"ne bir nebze olsun hizmet edebilir."



ALFA Ticarethane Sokak, No: 53
Cağaloğlu 34110 Fatih / İstanbul
Tel: 0212 513 34 20 (pbx) Faks: 0212 519 93 00
info@alfakitap.com www.alfakitap.com



ALFA FELSEFE
ISBN 978-605-106-470-3
9 786051 064703